



UNIVERSIDAD DE MANAGUA

Al más alto nivel

Investigación de Operaciones II

Encuentro #9

Tema: Problemas de Markov



Prof.: MSc. Julio Rito Vargas A.

Grupo: Ingenierías /2018

- I. Hay tres marcas nacionales de cerveza principales (B,M,S). Piense en el volumen total (en galones) que se consumieron el año pasado de estas tres cervezas. En la gráfica se muestra la proporción del total del mercado(o sea, la participación en el mercado) de cada marca. Sharon Sheralik es la gerente de la fábrica que produce la cerveza B. Le gustaría recuperar su posición como fabricante de cerveza número 1 en la nación. Ella espera cambiar su posición en el mercado modificando su estrategia de mercado y el envase. Espera aumentar su participación en el extenso mercado cervecero, en tanto que conserva una ventaja entre los jóvenes solteros. Sabe que con una nueva campaña ganará y perderá clientes ante sus dos competidores. **Lo que Sharon necesita es una estimación del efecto global.**

Marca de cerveza	Participación en el mercado
B	0.3
M	0.5
S	0.2

Una cadena de Markov ofrece a Sharon un nuevo modelo para analizar este problema. Para usarlo, suponga que se puede describir el comportamiento de un consumidor individual mediante una cadena de Markov. Los estados del sistema son las marcas de cerveza que los consumidores podrían comprar. Una probabilidad de transición P_{ij} es la probabilidad de que un cliente que compra esta vez la marca i cambie a la marca j la próxima vez. En la tabla siguiente se muestra la matriz de transición de un paso para este problema. Esta matriz indica que: El 85% de la gente que compró B la última vez, la comprará otra vez; el 10% se aficionará a M; y el 5% comprará S. Las demás fila tienen una representación similar.

- Calcula la matriz de probabilidades estacionarias con las ecuaciones de Chapman Kolmogorov.
- Un cliente que la primera vez consumió cerveza B, cual es la probabilidad que la 7ma. Vez vuelva a consumir cerveza B.
- Un cliente que la primera vez consumió cerveza M, cual es la probabilidad que la 10ma. Vez vuelva a consumirla.

	B	M	S
B	0.85	0.10	0.05
M	0.08	0.85	0.07
S	0.13	0.17	0.70

- II. Ramón es el orgulloso propietario de una automóvil deportivo 1955. En un día dado, Ray no sabe si su auto va a arrancar. Arranca el 90% de las veces si arrancó la mañana anterior, y el 70% de las veces no arranca si no arrancó la mañana anterior.
- Construya la matriz de probabilidades de transición.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que arranque mañana si arrancó hoy?
 - ¿Cuál es la probabilidad de arranque mañana si *no* arrancó hoy?
- III. En un mes dado, Dress-Rite pierde 10% de sus clientes que cambian a Fashion, Inc. y 20% de su mercado cambia a Luxury Living; pero Fashion, Inc., pierde 5% de su mercado que cambia a Dress-Rite y 10% que cambia a Luxury Living cada mes; luego, Luxury Living pierde 5% de su mercado que cambia a Fashion, Inc., y 5% de su mercado que cambia a Dress-Rite. En este momento, cada una de las tiendas de ropa tiene una participación igual en el mercado. ¿Cuáles cree que serán las participaciones en el mercado el próximo mes? ¿Cuáles serán dentro de tres meses?
- IV. Una compañía elabora diferentes marcas de alimento para perros. Uno de sus mejores productos es la bolsa de 50 libras de **“Buena comida”**. Jorge Hamilton, presidente de la compañía, utiliza una máquina muy antigua para empacar automáticamente las 50 libras de **“Buena comida”** en una bolsa. Por desgracia, como la máquina es antigua, en ocasiones llena las bolsas con más o con menos producto. Cuando el llenado es correcto y coloca 50 libras de comida en cada bolsa, existe una probabilidad de 10% de que la máquina ponga solo 49 libras en cada bolsa el siguiente día, y una probabilidad de 0.20 de que coloque 51 libras en cada bolsa el siguiente día. Si la máquina está colocando 49 libras en cada bolsa, hay una probabilidad de 0.30 de que mañana ponga 50 libras y una probabilidad de 0.20 de que ponga 51 libras en cada bolsa. Además, si la máquina está colocando 51 libras en cada bolsa hoy, existe una probabilidad de 0.40 de que coloque 50 libras en cada bolsa mañana y una probabilidad de 0.10 de que coloque 49 libras mañana.
- Si la máquina está cargando 50 libras en cada bolsa hoy, ¿cuál es la probabilidad de que coloque 50 libras en cada bolsa mañana?
 - Si la máquina está cargando 49 libras en cada bolsa hoy, ¿cuál es la probabilidad de que coloque 49 libras en cada bolsa mañana?

c) Resuelva el inciso a) cuando la máquina está colocando 51 libras hoy.

- V. La universidad de Wisconsin ha tenido una inscripción estable los últimos cinco años. La escuela tiene su propia librería, University Bookstore, pero también hay tres librerías privadas en la ciudad: Bill's Book Store, College Bookstore y Battle's Book Store. La universidad está preocupada por el gran número de estudiantes que están comprando en una de las librerías privadas. Como resultado, el presidente de la universidad Wisconsin, Andy Lange, decidió dar a un estudiante tres horas de crédito universitario para que estudie el problema. Se obtuvo la siguiente matriz de probabilidades de transición:

	UNIVERSITY	BILL'S	COLLEGE	BATTLE'S
UNIVERSITY	0.6	0.2	0.1	0.1
BILL'S	0	0.7	0.2	0.1
COLLEGE	0.1	0.1	0.8	0
BATTLE'S	0.05	0.05	0.1	0.8

En la actualidad, cada una de las cuatro librerías tiene una participación igual en el mercado. ¿Cuáles serán las participaciones en el mercado para dentro de cuatro periodos?

- VI. El profesor Green da cursos de programación de computadoras de dos meses durante el verano. Los estudiantes presentan varios exámenes para aprobar el curso y cada estudiante tiene tres oportunidades de tomar los exámenes. Los siguientes estados describen las situaciones posibles que pueden ocurrir:

1. Estado 1: pasar todos los exámenes y aprobar el curso
2. Estado 2: no pasar todos los exámenes en el tercer intento y reprobado el curso.
3. Estado 3: reprobado un examen en el primer intento
4. Estado 4: reprobado un examen en el segundo intento

Después de observar varios grupos, el profesor Green obtuvo la siguiente matriz de probabilidades de transición:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0.1 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Actualmente hay 50 estudiantes que no aprobaron todos los exámenes en el primer intento y 30 estudiantes que no aprobaron todos los exámenes en el segundo intento.

¿Cuántos estudiantes de estos dos grupos pasarán el curso y cuántos lo reprobarán?

- VII. Establezca un vector de probabilidades de estado y una matriz de probabilidades de transición dada la siguiente información: Hoy, la tienda 1 tiene 40% del mercado; la tienda 2 tiene 60% del mercado. En cada periodo, los clientes de la tienda 1 tienen 80% de probabilidad de regresar, y 20% de cambiar a la tienda 2. En cada periodo, los clientes de la tienda 2 tienen 90% de posibilidades de regresar, y 10% de cambiar a la tienda 1.
- VIII. Un proceso de producción incluye una máquina que se deteriora con rapidez tanto en la calidad como en la cantidad de producción con el trabajo pesado, por lo que se inspecciona al final de cada día. Después de la inspección se clasifica la condición de la máquina en uno de cuatro estados posibles:

Estado	Condición
0	Tan buena como nueva
1	Operable: deterioro mínimo
2	Operable: deterioro mayor
3	Inoperable y reemplazada por una tan buena como nueva

El proceso se puede modelar como una cadena de Markov con matriz de transición (de un paso) P dada por

Estado	0	1	2	3
0	0	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$
1	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
2	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
3	1	0	0	0

- Encuentre las probabilidades de estado estable.
 - Si los costos respectivos por estar en los estados 0, 1, 2, 3 son 0, 1000, 3000 y 6000 dólares, ¿cuál es el costo diario esperado a largo plazo?
 - Encuentre el tiempo de recurrencia esperado del estado 0 (esto es, el tiempo esperado que una máquina se puede usar antes de tener que reemplazarla).
- IX. Un profesor de ingeniería adquiere una computadora nueva cada dos años. El profesor puede elegir de entre tres modelos: M1, M2 y M3. Si el modelo actual

es M1, la siguiente computadora puede ser M2 con probabilidad 0.2, o M3 con probabilidad 0.15. Si el modelo actual es M2, las probabilidades de cambiar a M1 y M3 son 0.6 y 0.25, respectivamente. Pero si el modelo actual es M3, entonces las probabilidades de comprar los modelos M1 y M2 son 0.5 y 0.1, respectivamente. Represente la situación como una Matriz (cadena) de Markov y construya el diagrama de transición de estado.

- X. La carrera de diplomado en CCEE tiene 3 cursos. A partir de los datos facilitados por el decanato del centro se sabe que el 35% y el 26% de los alumnos de primero y segundo abandonarán los estudios. El 28% de los alumnos de primero repiten curso, siendo este porcentaje del 20% y 30% para los alumnos de segundo y tercero respectivamente.