

PROBLEMAS RESUELTOS DE ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVA

Prof.:MSc. Julio R. Vargas

I. Completar los datos que faltan en la siguiente **tabla de frecuenciaa**:

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	4		0.08	
2	4			
3		16	0.16	
4	7		0.14	
5	5	28		
6		38		
7	7	45		
8				

Solución:

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	4	4	0.08	0.08
2	4	8	0.08	0.16
3	8	16	0.16	0.32
4	7	23	0.14	0.46
5	5	28	0.10	0.56
6	10	38	0.20	0.76
7	7	45	0.14	0.90
8	5 N=50	50	0.10	1.00

$$f_i = n_i / N_i = 0.08 = 4 / N \rightarrow N = 4 / 0.08 \rightarrow N = 50 \text{ (para calcular el total de elementos de la tabla)}$$

$$F_i = N_i / N$$

II. Las alturas de los jugadores de un equipo de baloncesto vienen dadas por la tabla:

Altura	170, 174	175, 179	180, 184	185, 189	190, 194	195, 199
Nº de jugadores	1	3	4	8	5	2

Calcular media y mediana.

Solución:

Intervalo	X_i	n_i	N_i	$X_i n_i$
170, 174	172	1	1	172
175, 179	177	3	4	531
180, 184	182	4	8	728
185, 189	187	8	16	1496
190, 194	192	5	21	960
195, 199	197	2	23	394

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i n_i}{N} = \frac{172+531+728+1496+960+394}{23} = 186.13 \text{ (media aritmética para datos agrupados)}$$

Datos para el cálculo de la mediana en datos agrupados.

$$L_i = 185$$

$$f_a = 8$$

$$f_m = 8$$

$$c = 5$$

$$n/2 = 11.5$$

$$M_e = L_i + \left(\frac{\frac{n}{2} - f_a}{f_m} \right) c = 185 + \left(\frac{11.5 - 8}{8} \right) 5 = 185 + 2.19 = 187.19$$

III. Los resultados al lanzar un dado 200 veces vienen dados por la siguiente **tabla**:

X_i	1	2	3	4	5	6
n_i	a	32	35	33	b	35

Determinar **a** y **b** sabiendo que la puntuación media es 3.6.

Solución:

Como los resultados totales deben ser 200. La suma de:

$$a + 32 + 35 + 33 + b + 35 = 200$$

$$a + 135 + b = 200 \text{ esto es : } a + b = 200 - 135 \rightarrow a + b = 65$$

También nos dicen la media es 3.6

O sea

X_i	1	2	3	4	5	6
n_i	a	32	35	33	b	35
$X_i n_i$	a	64	105	132	5b	210

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i n_i}{N} = \frac{a + 64 + 105 + 132 + 5b + 210}{200} = 3.6$$

$$a + 5b = 200 \cdot 3.6 - 511$$

$$a + 5b = 209$$

Ahora resolvemos el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} a + b = 65 \\ a + 5b = 209 \end{cases}$$

Multiplicamos por -5 la primera ecuación y resulta

$$-5a + 5b = -325$$

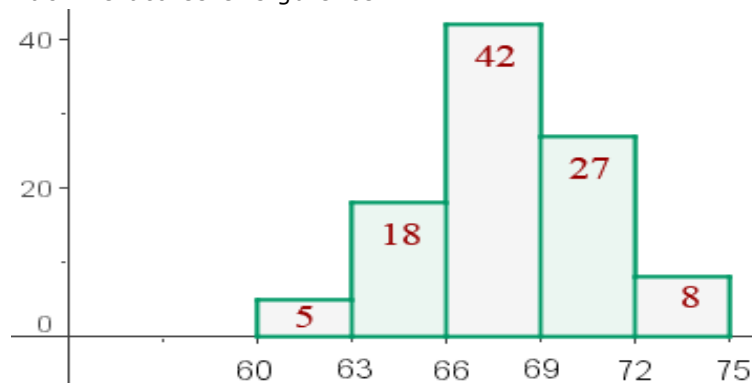
$$a + 5b = 209$$

$$-4a = -116 \rightarrow a = 116/4 \rightarrow a = 29 \text{ entonces } b = 65 - 29 = 36$$

Por lo tanto sustituimos los valores en la primera tabla y quedará así:

X_i	1	2	3	4	5	6
n_i	29	32	35	33	36	35

IV. El histograma de la distribución correspondiente al peso de 100 alumnos de Bachillerato es el siguiente:



1. Formar la **tabla de la distribución**.
2. Si Juan pesa 72 kg, ¿cuántos alumnos hay menos pesados que él?
3. Calcular la **moda**.
4. Hallar la **mediana**.

Solución:

El histograma fue construido con los límites inferiores y superiores de las clases y la altura de las barras del histograma son las frecuencias de cada clase.

1) Construimos la tabla de frecuencia

Clase	X_i	n_i	N_i	f_i	F_i
60 - 63	61.5	5	5	0.05	0.05
63 - 66	64.5	18	23	0.18	0.23
66 - 69	67.5	42	65	0.42	0.65
69 - 72	70.5	27	92	0.27	0.92
72 - 75	73.5	8	100	0.08	1.00

2) Responderemos la pregunta 2: Juan está en el último intervalo, por lo que 92 alumnos tienen pesos menores que él.

3) Cálculo de la Moda:

El límite inferior está en la clase que tenga la frecuencia absoluta más alta.

$$L_i = 66$$

$$\Delta_1 = 42 - 18 = 24$$

$$\Delta_2 = 42 - 27 = 15$$

$$C = 3$$

$$M_o = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) C = 66 + \left(\frac{24}{24 + 15} \right) 3 = 66 + 1.84 = 67.85$$

4) Cálculo de la mediana

El límite inferior está en la clase que tenga la frecuencia absoluta acumulada que contenga al 50% de los datos.

$$L_i = 66$$

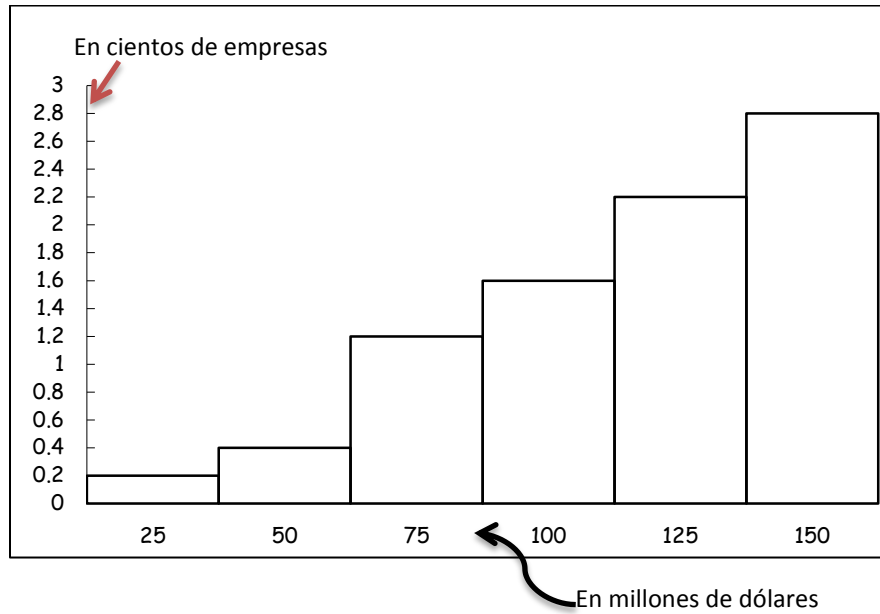
$$f_a = 23$$

$$f_m = 42$$

$$c = 3$$

$$M_e = L_i + \left(\frac{\frac{n}{2} - fa}{f_m} \right) c = 66 + \left(\frac{50 - 23}{42} \right) 3 = 66 + 1.93 = 67.93$$

V. Los beneficios en millones de dólares de un grupo de empresas vienen detallados en el siguiente histograma de frecuencias absolutas acumuladas:



Calcular:

1. *Tabla estadística*
2. *Establecer nº de empresas con beneficios superiores a 75 millones*
3. *Calcular media mediana y moda*

Solución:

1. Tabla de frecuencias o tabla estadística

Beneficios	No empresas	Acumuladas	Relativas	Relativas Ac	
X_i	n_i	N_i	f_i	F_i	Xin_i
25	20	20	0.071	0.071	500
50	20	40	0.071	0.142	1000
75	80	120	0.286	0.428	6000

100	40	160	0.143	0.571	4000
125	60	220	0.214	0.785	7500
150	60	280	0.214	0.999=1	9000

2. Número de empresas con beneficios superior a 75 millones: **160 empresas.**

3. *Calcular media mediana y moda*

3.1 *Media aritmética:*

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i n_i}{N} = \frac{500 + 1000 + 6000 + 4000 + 7500 + 9000}{280} = 100 \text{ millones}$$

3.2 Mediana.

Primero calculamos los límites inferior y superior de la tabla.

Sabemos que: $X_i = (Li + Ls)/2$ fórmula de la marca de clase.

- $25 = (Li_1 + Ls_1)/2$ primera clase
- Como el ancho de la clase es también 25; lo cual puede comprobar restando la marca de clase del segundo intervalo menos la del primero.
- Como la marca de la clase es el punto medio dividimos el ancho entre dos, eso es 12.5 solo tomaremos la parte entera 12. Luego $Li=25-12=13$
- El Li de la segunda clase será: el límite inferior de la primera + 25 (ancho de la clase), ENTONCES $Li_2=13+25=38$ y luego los otros
- Para los límites superiores solo restamos 1(un) al limite inferior de la segunda clase y será el límite superior de la primer clase. Así obtenemos el resto.

La tabla de muestra a continuación.

Li	Ls	X_i	n_i	N_i
13	37	25	20	20
38	62	50	20	40
63	87	75	80	120
88	112	100	40	160
113	137	125	60	220
138	162	150	60	280

El valor de la mediana está donde se encuentra el 50% de los datos, en este caso la frecuencia acumulada que contenga a 140. Esta clase la hemos marcado con amarillo.

$$L_i = 88$$

$$f_a = 120$$

$$f_m = 40$$

$$c = 25$$

$$M_e = L_i + \left(\frac{\frac{n}{2} - f_a}{f_m} \right) c = 88 + \left(\frac{140 - 120}{40} \right) 25 = 88 + 12.5 = 100.25 \text{ millones}$$

3.3 Calcular la moda:

El límite inferior está en la clase que tenga la frecuencia absoluta más alta: en este caso es 80, la clase la hemos marcado con color naranja.

$$L_i = 63$$

$$\Delta_1 = 80 - 20 = 60$$

$$\Delta_2 = 80 - 40 = 40$$

$$C = 25$$

$$M_o = L_i + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) c = 63 + \left(\frac{60}{60 + 40} \right) 25 = 63 + 15 = 78 \text{ millones}$$