EJERCICIOS DE ESTIMACIÓN E INTERVALOS DE CONFIANZA.

ESTIMACIÓN DE INTERVALO PARA LA MEDIA POBLACIONAL Y σ POBLACIONAL CONOCIDA.

1. **Una empresa de investigación llevó a cabo una encuesta para determinar la cantidad media que los fumadores gastan en cigarrillos durante una semana. La semana encontró que la distribución de cantidades gastadas por semana tendía a seguir una distribución normal, con una desviación estándar de $5. Una muestra de de 64 fumadores reveló que $\bar{x}$ = $20.**
   a) **¿Cuál es el estimador de intervalo de confianza de 95% para la μ?**

n = 64 $\bar{x}$ = 20 **σ =** 5 **Nivel de Confianza=** 95% = .9500

1 - .9500 = .0500 $.0500 \div 2 = .0250$ $\boldsymbol{z = \pm 1.96}$

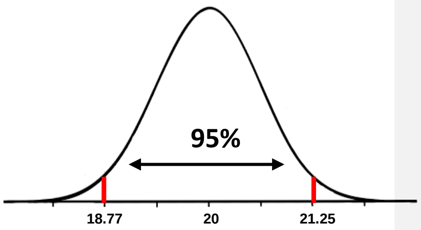
$\bar{x} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$20 \pm 1.96\frac{5}{\sqrt{64}}$ $20 - 1.225 = 18.77$

$20 \pm 1.96\frac{5}{8}$ $20 + 1.225 = 21.25$

$20 \pm 1.96 \times .625$ ***Intervalo de confianza***

20 ± 1.225 $\mathbf{18.77 - 21.25}$



2. **La Doctora Patton es profesora de inglés. Hace poco contó el número de palabras con faltas de ortografía en un grupo de ensayos de sus estudiantes. Observó que la distribución de palabras con faltas de ortografía por ensayo se regía por una distribución normal con una desviación estándar de 2.44 palabras por ensayo. En su clase de 40 alumnos de las 10 de la mañana, el número medio de las palabras con faltas de ortografía fue de 6.05. Construya un intervalo de confianza de 90% para el núm. medio de palabras con faltas de ortografía en la población de ensayos.**

n = 40 $\bar{x}$ = 6.05 **σ =** 2.44 **N.C =** 90% = .9000

1 - .9000 = .1000 $.1000 \div 2 = .0500$ $\boldsymbol{z = \pm 1.64}$

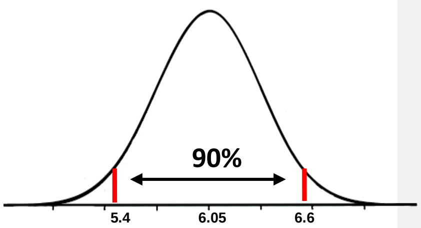
$\bar{x} \pm z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$6.05 \pm 1.64\frac{2.44}{\sqrt{40}}$ $6.05 - 0.631 = 5.419$

$6.05 \pm 1.64\frac{2.44}{6.32}$ $6.05 + 0.631 = 6.681$

$6.05 \pm 1.64 \times .385$ ***Intervalo de confianza***

6.05 ± 0.631 $\mathbf{5.419 - 6.681}$



EJERCICIOS DE ESTIMACIÓN E INTERVALOS DE CONFIANZA.

ESTIMACIÓN DE INTERVALO PARA LA MEDIA POBLACIONAL Y σ POBLACIONAL DESCONOCIDA.

1. **La Asociación Estadounidense de Productores de Azúcar desea calcular el consumo medio de azúcar por año. Una muestra de 16 personas revela que el consumo medio anual es de 60 libras, con una desviación estándar de 20 libras. Construya un intervalo de confianza del 99% para la media de la población. ¿Es razonable concluir que la media poblacional es de 69 libras?** Si

n = 16 $\bar{x}$ = 60 **s =** 20 **N.C =** 99%

N.C **=** 99% G.L. = n – 1 = 16 – 1 = 15 **t** $= \pm \mathbf{2.947}$

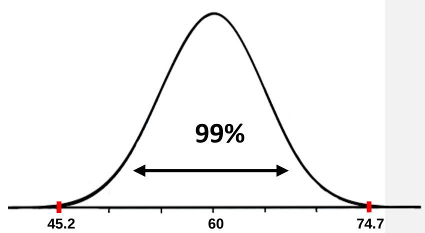
$\bar{\mathbf{x}} \pm \boldsymbol{t}\,\frac{\boldsymbol{s}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}}$

$60 \pm 2.947\,\frac{20}{\sqrt{16}}$ $60 - 14.735 = 45.265$

$60 \pm 2.947\,\frac{20}{4}$ $60 + 14.735 = 74.735$

$60 \pm 2.947 \times 5$ ***Intervalo de confianza***

60 ± 14.735 $\mathbf{45.265 - 74.735}$



2. **Greater Pittsburgh Area Chamber of Commerce desea calcular el tiempo medio que los trabajadores que laboran en el centro de la ciudad utilizan para llegar al trabajo. Una muestra de 15 trabajadores revela el tiempo medio es de 35.06 minutos, con una desviación estándar de 6 minutos. Construya un intervalo de confianza del 98% para la media de la población. ¿Es razonable concluir que la media poblacional es de 47?** No

n = 15 $\bar{x}$ = 35.06 **s =** 6 **N.C =** 98%

N.C **=** 98% G.L. = n – 1 = 15 – 1 = 14 **t** $= \pm \mathbf{2.624}$

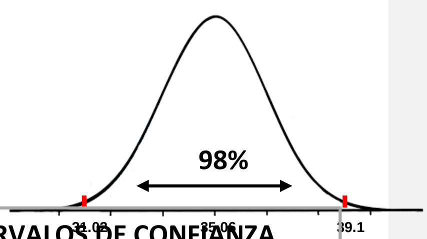
$\bar{\mathbf{x}} \pm \boldsymbol{t}\,\frac{\boldsymbol{s}}{\sqrt{\boldsymbol{n}}}$

$35.06 \pm 2.624\frac{6}{\sqrt{15}}$ $35.06 - 4.04 = 31.02$

$35.06 \pm 2.624\,\frac{6}{3.87}$ $35.06 + 4.04 = 39.1$

$35.06 \pm 2.624 \times 1.54$ ***Intervalo de confianza***

35.06 ± 4.04 $\mathbf{31.02 - 39.1}$



EJERCICIOS DE ESTIMACIÓN E INTERVALOS DE CONFIANZA.

ESTIMACIÓN DE INTERVALO PARA LA PROPORCION POBLACIONAL.

1. **María Wilson considera postularse para la alcaldía de la ciudad de Bear Gulch, Montana. Antes de solicitar la postulación, decide realizar una encuesta entre los electores de Bear Gulch. Una muestra de de 400 electores revela que 300 la apoyarían en las elecciones de noviembre. Construya un intervalo de confianza del 99% para la proporción poblacional.**

n = 400 x = 300 p = x/n = 300/400 = 0.75 **N.C** = 99%

1 - .9900 = .0100 $.0100 \div 2 = .0050$ $\boldsymbol{z = \pm 2.58}$

$p \pm z\sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n}}$

$.75 \pm 2.58\sqrt{\frac{.75(1-.75)}{400}}$ $.75 \pm 2.58\,(.01875)$ $.75 - .0483 = .7017$

$.75 \pm 2.58\sqrt{\frac{.1875}{400}}$ $.75 \pm .0483$ $.75 + .0483 = .7983$

Intervalo de confianza = $\mathbf{.7017 - .7983}$

2. **Schadek Silkscreen Printing, Inc., compra tazas de plástico para imprimir en ellas logotipos de actos deportivos, graduaciones, cumpleaños u otras ocasiones importantes. Zack Schadek el propietario recibió un envío grande esta mañana. Para asegurarse la calidad del envío, selecciono una muestra aleatoria de 300 tazas. Halló que 15 estaban defectuosas. Construya un intervalo de confianza de 80% para la proporción de tazas defectuosas.**

n = 300 x = 15 p = x/n = 15/300 = 0.05 **N.C** = 80%

1 - .8000 = .0100 $.2000 \div 2 = .1000$ $\boldsymbol{z = \pm 1.28}$

$p \pm z\sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n}}$

$.05 \pm 1.28\sqrt{\frac{.05(1-.05)}{300}}$ $.05 \pm 1.28\,(.01258)$ $.05 - .0161 = .0339$

$.05 \pm 1.28\sqrt{\frac{.0475}{300}}$ $.05 \pm .0161$ $.05 + .0161 = .0661$

Intervalo de confianza = $\mathbf{.0339 - .0661}$

PRUEBA DE HIPÓTESIS

Comentado [JRVA1]:

Ejemplo de contraste de hipótesis para la media, μ con σ conocida (dos colas)

Se desea contrastar con un nivel de significación del 5 % la hipótesis de que la talla media de los hombres de 18 o más años de un país es igual a 180. Suponiendo que la desviación típica de las tallas en la población vale 4, contraste dicha hipótesis frente a la alternativa de que es distinta.

$$H_0 : \mu = 180$$

frente a la alternativa:

$$H_1 : \mu \neq 180$$

Los datos constituyen una muestra de n=15 hombres seleccionados al azar, cuyas alturas son:

167 167 168 168 168 169 171 172 173 175 175 175 177 182 195

Es necesario determinar la media de la muestra, $\overline{X}$, y los valores de los cuantiles, $z_{\frac{\alpha}{2}}$, en la distribución normal. En el modelo normal, el cuantil de orden 0.975 es $z_{0,025} = 1{,}96$.

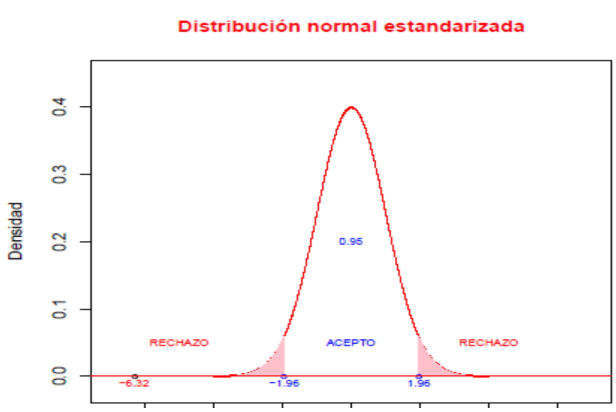
La media de la muestra es igual a 173.47.

Sustituyendo los datos en la expresión del estadístico de contraste, tenemos:

$$z_c = \frac{173{,}47 - 180}{\frac{4}{\sqrt{15}}} = -6{,}32$$

El valor del estadístico de contraste está en la zona de rechazo. Por lo que se rechaza la hipótesis nula que establece una talla media igual a 180 cm.

Gráficamente la situación es la siguiente:



Ejemplo de Contraste de hipótesis para la media con σ conocida(una cola)

Se desea contrastar con un nivel de significación del 5 % la hipótesis de que la talla media de los hombres de 18 o más años de un país es igual o mayor a 175. Suponiendo que la desviación típica de las tallas en la población vale 4, contraste dicha hipótesis frente a la alternativa de que es menor, con una muestra de n=15 hombres seleccionados al azar, cuyas alturas son las del apartado anterior:

$$H_0 : \mu \geq 175$$

frente a la alternativa:

$$H_1 : \mu < 175$$

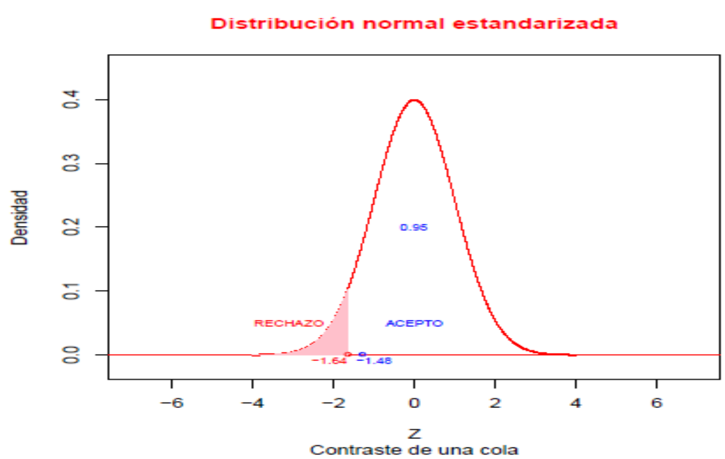
En el modelo normal, el cuantil de orden 0.05 es $-z_{0,05} = -1{,}64$.

Sustituyendo los datos en la expresión del estadístico de contraste, tenemos:

$$z_c = \frac{173{,}47 - 175}{\frac{4}{\sqrt{15}}} = -1{,}48$$

El valor del estadístico de contraste está en la zona de aceptación. Por lo que no se puede rechazar la hipótesis nula que establece una talla media igual o mayor a 175 cm.

Gráficamente la situación es la siguiente:



Ejemplo de Contraste de Hipótesis para la media μ con σ desconocida (una cola)

Supongamos que se desconoce la desviación típica de las tallas en la población del ejemplo anterior. Se desea contrastar la hipótesis nula siguiente a un nivel de significación del 5 %.

$$H_0 : \mu \leq 168$$

frente a la alternativa:

$$H_1 : \mu > 168$$

En este caso es necesario estimar la desviación típica de la población con los datos de la muestra.

Dado el valor muestral de la media $\overline{X}$ y la cuasidesviación típica de la muestra,s, se determina el estadístico de contraste:

$$t_c = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

En este ejemplo el contraste es de una cola, tal que el nivel de significación α que determina el valor t_α es tal que

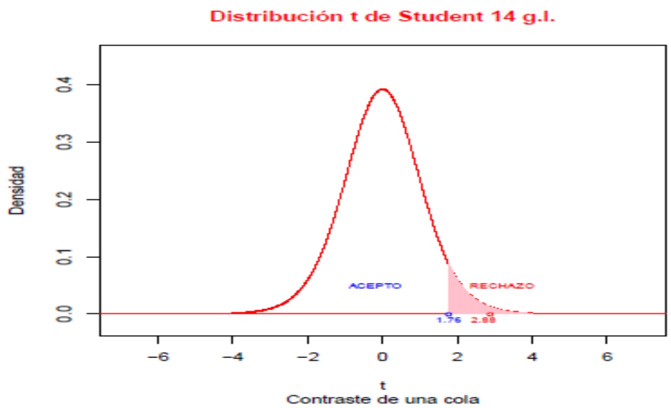
$$\alpha = P(t_{n-1} \geq t_\alpha)$$

Para el nivel de significación dado, $\alpha = 0{,}05$, es necesario determinar el cuantil en la distribución t de Student con n-1 grados de libertad y el valor s (cuasidesviación típica) de la muestra:

Para los datos de la muestra se obtiene que $\overline{X} = 137{,}47$ y $s = 7{,}36$. El cuantil en la distribución t_{14} es $t_\alpha = 1{,}762$. De modo que sustituyendo en la expresión del estadístico de contraste, tenemos:

$$t_c = \frac{173{,}47 - 168}{\frac{7{,}36}{\sqrt{15}}} = 2{,}88$$

El gráfico siguiente muestra la situación que nos lleva a rechazar la hipótesis nula, dado que el valor del estadístico de contraste cae en la zona de rechazo.



NOTA: FAVOR REVISE LOS EJERCICIOS INIDCADOS-

COMO GUÍA PARA EL EXAMEN.