INTERVALOS DE CONFIANZA PARA μ, p, σ

(ejercicos resueltos)

Prof.: MSc. Julio Rito Vargas A.

Ejemplo 1:

Los siguientes datos son los puntajes obtenidos para 45 personas de una escala de depresión (mayor puntaje significa mayor depresión).

2	5	6	8	8	9	9	10	11
11	11	13	13	14	14	14	14	14
14	15	15	16	16	16	16	16	16
16	16	17	17	17	18	18	18	19
19	19	19	19	19	19	19	20	20

Solución:

$$s^2 = \frac{n\sum_{i=1}^{45} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{45} x_i\right)^2}{n(n-1)} = 18.7 \qquad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{45} x_i}{n}$$

Para construir un intervalo de confianza para el puntaje promedio poblacional, asumamos que los datos tienen distribución normal, con varianza poblacional σ^2 desconocida. Como σ^2 es desconocido, lo estimamos por s^2=18.7. Luego, un intervalo de confianza aproximado es:

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$$

n=45

$$s = 4.3$$

$$\bar{x} = 14.5$$

$$\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{X} - 1.96\times\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.96\times\frac{s}{\sqrt{n}} \longrightarrow 14.5 - 1.96\times\frac{4.3}{\sqrt{45}} \leq \mu \leq 14.5 + 1.96\times\frac{4.3}{\sqrt{45}}$$

Luego, el intervalo de confianza para μ esta entre (13.2 , 15.8). Es decir, el puntaje promedio poblacional se encuentra entre 13,2 y 15,8 con una confianza 95%.

Ejemplo 2:

En un estudio de prevalencia de factores de riesgo en una muestra de 412 mujeres mayores de 15 años en la Región Metropolitana, se encontró que el 17.6% eran hipertensas. Un intervalo de 95% de confianza para la proporción de mujeres hipertensas en la Región Metropolitana está dado por:

Solución:

n= 412

$\hat{p}$ $= \mathbf{17.6}$**%= 0.176**

$\hat{q}$ $= \mathbf{82.4}$**%= 0.824**

α= 0.05 -> $Z_{\alpha/2} = \mathbf{1.96}$

$$\hat{p} - 1.96 \times \sqrt{\hat{p} \times (1 - \hat{p})/n} \leq p \leq \hat{p} + 1.96 \times \sqrt{\hat{p} \times (1 - \hat{p})/n}$$

$$0.176 - 1.96 \times \sqrt{0.176 \times (1 - 0.176)/412} \leq p \leq 0.176 + 1.96 \times \sqrt{0.176 \times (1 - 0.176)/412}$$

Luego, la proporción de hipertensas varía entre (0.139 , 0.212) con una confianza de 95%.

Ejemplo 3:

Para una muestra de 30 de alumnos se obtuvo una calificación en el último examen de estadística inferencial de $\bar{x} = 5.83$, con una desviación típica poblacional conocida de $\sigma = 1.92$. Determine el intervalo de confianza al 80%.

Solución:

n=30

$\bar{x} = 5.83$

$\sigma = 1.92$

α =0.20 → $Z_{\alpha/2} = Z_{0.90}$ =1.28 (valor aproximado)

Aplicamos:

$$\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$5.83 - 1.28 \frac{1.92}{\sqrt{30}} \leq \mu \leq 5.83 + 1.28 \frac{1.92}{\sqrt{30}}$$

$$5.83 - \frac{2.4576}{5.4772} \leq \mu \leq 5.83 + \frac{2.4576}{5.4772}$$

$$5.83 - 0.448696 \leq \mu \leq 5.83 + 0.448696$$

$$5.38 \leq \mu \leq 6.28$$

Interpretación:

- Admitimos un error máximo de 0.448696
- La probabilidad de certeza de lo que decimos es del 80% por lo que la probabilidad de fallo es del 20%
- El intervalo obtenido para la media poblacional es de 5.38 ; 6.28

Ejemplo 4:

El peso medio de una muestra de 100 recién nacidos es de 3200 gramos. Sabiendo que la desviación típica de los pesos de la población de recién nacidos es 150 gramos, halla el intervalo de confianza para la media poblacional con una significación de 0.05.

Solución:

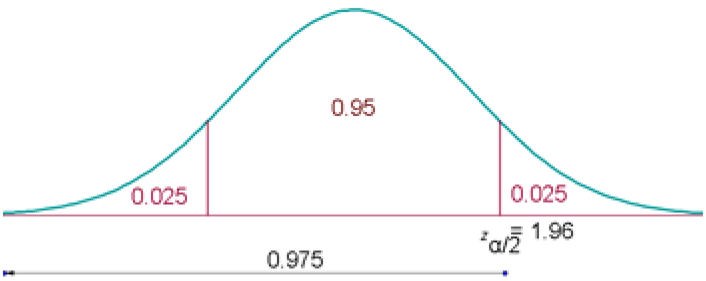
n=100

$\bar{x} = 3200\ g$

σ= 150 g.

α =0.05

$Z_{0.025} = 1.96$



$$\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$3200 - 1.96\frac{150}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 3200 + 1.96\frac{150}{\sqrt{100}}$$

$$3200 - 29.4 \leq \mu \leq 3200 + 29.4$$

$$3170.6 \leq \mu \leq 3229.4$$

Ejemplo 5:

El director administrativo de un colegio desea usar la media de una muestra aleatoria para estimar la cantidad promedio de tiempo que tardan los alumnos en ir de una clase a la siguiente, y además quiere poder asegurar con una confianza de del 99% que el error es a lo más 0.25 minutos. Se puedo suponer por experiencia que σ=1.40 minutos ¿Qué tamaño debe tener la muestra?

α= 0.01 → $Z_{\alpha/2} = Z_{0.005} = 2.56$

E=0.25 minutos

σ=1.40 minutos.

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}\ \sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2.56x1.40}{0.25}\right)^2 = 206 \text{ elementos}$$

Se requerirá hacer una muestra de 206 elementos.