

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

Teoría de Juegos

MSc. Julio Rito Vargas A.

Fecha: 06/11/2014

Contenidos Conceptuales

- 1.- Definición de un juego.
- 2.- Elementos de un juego.
- 3.- Tipos de juegos: Cooperativos y no cooperativos.
- 4.- Estudio de los juegos no cooperativos.
- 5.-Estrategias dominantes.
- 6.- Estrategias maximin.
- 7.- Estrategias mixtas.

¿Qué es un juego?



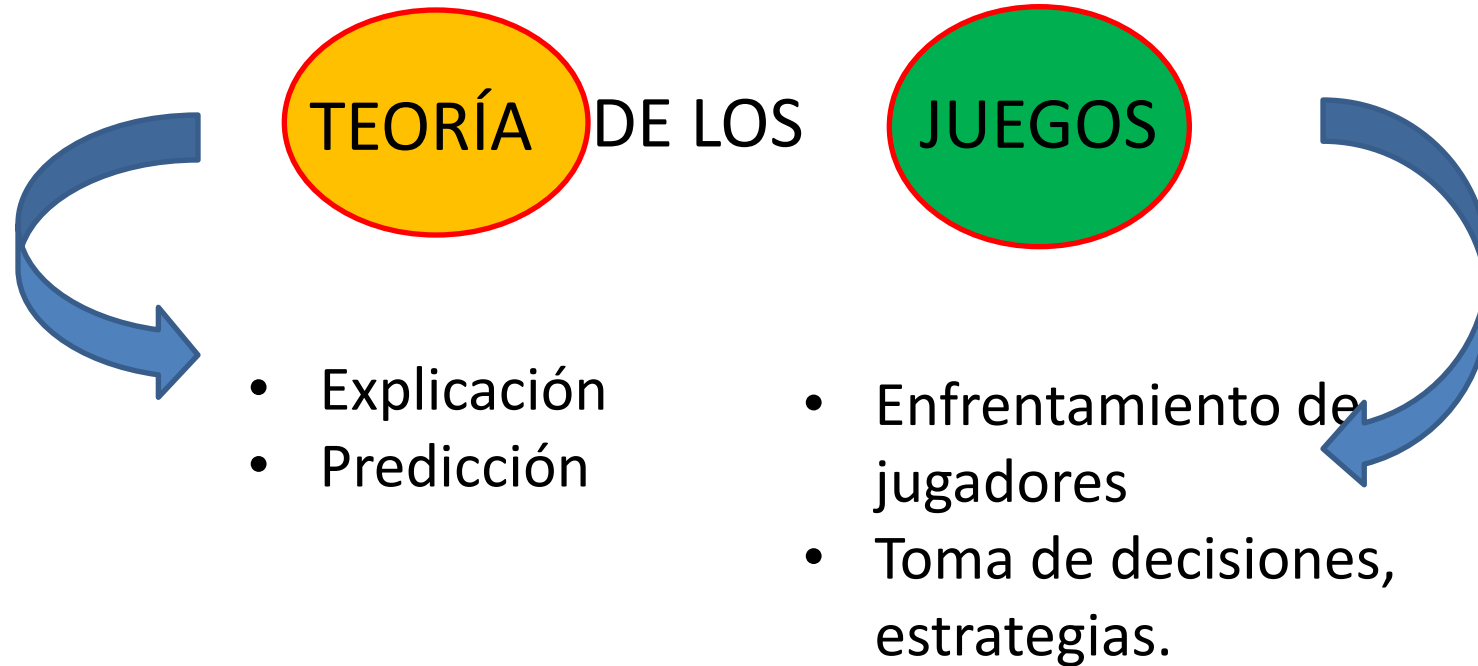
¿Qué es un juego?

- Es una situación en la que compiten dos o más jugadores (Ferguson y Gould).
- Un juego es cualquier situación en la que los individuos deben tomar decisiones estratégicas y en la que el resultado final depende de lo que cada uno decida hacer (Nicholson).

¿Qué es un juego? (Continuación)

- Cualquier problema de toma de decisiones, donde el rendimiento (que obtiene una persona) depende no sólo de sus propias decisiones sino también de las decisiones de las otras personas que participan en el juego (Maddala y Miller).

OBJETIVOS DE LA TEORÍA DE LOS JUEGOS



OBJETIVO DE LA TEORÍA DE JUEGOS:

Es la determinación de patrones de comportamiento racional en la que los resultados dependen de las acciones de los jugadores interdependientes.

ELEMENTOS DE UN JUEGO

JUGADORES

Son jugadores cada uno de los agentes que **toman decisiones**. Pueden **elegir** entre un conjunto de alternativas posibles

ESTRATEGIAS

Una estrategia corresponde a cada curso de acción que puede elegir un jugador.

GANANCIAS

Las ganancias corresponden a los rendimientos que obtiene cada jugador cuando termina el juego.

REGLAS

Son las normas o procedimientos que los jugadores deben observar en el juego y que están obligados a respetar

Cada jugador debe elegir lo que más le convenga.

Teorema Minimax.

- Si se permiten estrategias mixtas, el par de estrategias que es óptimo de acuerdo con el criterio minimax proporciona una solución estable con valor maximin igual al valor minimax, igual al valor del juego: de manera que ninguno de los dos jugadores puede mejorar cambiando unilateralmente su estrategia.

Estrategia Dominante

- ESTRATEGIA DOMINANTE: Es aquella estrategia que resulta óptima para un jugador independientemente de los que hagan su(s) adversario(s).
- Es encontrar **estrategias dominadas** para eliminarlas con el propósito de reducir la tabla de pagos, hasta que quede sólo una para elegir. Específicamente, se puede eliminar una estrategia cuando está *dominada* por otra, es decir, si existe otra estrategia que *siempre es al menos tan buena* como ésta, sin importar lo que hace el oponente.

Formas de representar un juego. Matriz de ganancias o de pagos

Matriz de ganancias: Es una representación de una situación estratégica a través de una tabla. Las estrategias de cada jugador se presentan a la izquierda y en la parte superior de la tabla. Las ganancias obtenidas por cada uno de los jugadores al final del juego se presentan en la parte interior de la tabla.

EJEMPLO DE UN JUEGO (Ejemplo 1).

Las dos principales cadenas de tiendas de una ciudad están preparando su mejor estrategia para realizar la liquidación de término de temporada de invierno. Estas empresas deben decidir qué semana del mes de julio es la más conveniente para realizar su liquidación. En la siguiente matriz se indican las posibles estrategias y los resultados que obtienen cada empresa en términos de las utilidades netas de la temporada.

EJEMPLO DE UN JUEGO (Ejemplo 1).

		Cadena 2		
		1ª Semana	2ª Semana	3ª Semana
Cadena 1	1ª Semana	30	40	65
	2ª Semana	15	25	35
	3ª Semana	35	35	60

De acuerdo a los datos responda justificando claramente:

Preguntas del problema (Ejemplo 1).

- (a) ¿Tiene la cadena 1 una estrategia dominante? ¿Tiene alguna estrategia dominada?
- (b) ¿Tiene la cadena 2 una estrategia dominante? ¿Tiene alguna estrategia dominada?
- (c) Resuelva el juego por estrategia dominante
- (d) Resuelva el juego por el teorema Maxmin ¿es estable la solución?

Solución del EJEMPLO (Por Minimax).

		CADENA 2			MIN	MAXMIN
		1RA. SEM.	2DA. SEM.	3RA. SEM.		
CADENA 1	1RA. SEM.	0	25	30	0	0
	2DA. SEM.	-25	0	0	-25	
	3RA. SEM.	-30	0	0	-30	
MAX		0	25	30		
MINMAX		0				

Máximo de los mínimos.

Puede ver que el Maximin es igual al Minimax, por lo hay solución estable.

El juego queda empatado, ambas empresas deben liquidar en la 1RA Semana y obtendrán un beneficio de 30 cada una.

Mínimo de los máximos

Solución del Ejemplo (Por Estrategia dominante).

		CADENA 2		
		1RA. SEM.	2DA. SEM.	3RA. SEM.
CADENA 1	1RA. SEM.	0	25	30
	2DA. SEM.	-25	0	0
	3RA. SEM.	-30	0	0

Paso 1) Cadena 1: La estrategia 1RA semana domina a la 2DA Semana.

$$0 > -25 ; 25 > 0 ; 30 > 0$$

Por lo tanto; eliminamos la estrategia dominada 2DA. SEM.

EJEMPLO DE UN JUEGO (Por Dominante).

		CADENA 2		
		1RA. SEM.	2DA. SEM.	3RA. SEM.
CADENA 1	1RA. SEM.	0	25	30
	3RA. SEM.	-30	0	0

Paso 2) Cadena 1: La estrategia 1RA semana domina a la 3RA Semana.

$$0 > -30 ; 25 > 0 ; 30 > 0$$

Por lo tanto; eliminamos la estrategia dominada 3RA. SEM.

EJEMPLO DE UN JUEGO (Por E. Dominante).

		CADENA 2		
		1RA. SEM.	2DA. SEM.	3RA. SEM.
CADENA 1	1RA. SEM.	0	25	30

Paso 3) Cadena 2: La estrategia 1RA semana domina a la 3RA Semana.

$$0 > -30$$

Por lo tanto; eliminamos la estrategia dominada 3RA. SEM de la cadena 2

Paso 4) Cadena 2: La estrategia 1RA semana domina a la 2DA Semana.

$$0 > -25$$

Por lo tanto; eliminamos la estrategia dominada 2DA. SEM de la cadena 2

EJEMPLO DE UN JUEGO (Por Dominante).

		CADENA 2
		1RA. SEM.
CADENA 1	1RA. SEM.	0

Por lo tanto: El resultado del juego es:

1. Ambas empresas deben liquidar mercadería en la 1RA. Semana
2. Ambas obtendrían la misma ganancias 30 y 30.
3. Como se pudo observar en este ejemplo hay estrategias dominantes y dominadas en ambos jugadores (Cadenas 1 y 2) con lo se responderían a las preguntas a y b.

EJEMPLO 3 (Por Maximin).

- Dos compañías promueven dos productos competidores. En la actualidad, cada producto controla 50% del mercado. Debido a mejoras recientes en los dos productos, cada compañía planea lanzar una campaña publicitaria. Si ninguna de las dos compañías se anuncia, continuarán iguales las partes del mercado. Si alguna de las compañías lanza una campaña más agresiva, la otra compañía con toda certeza perderá un porcentaje proporcional de sus clientes.
- Un encuesta del mercado muestra que se puede llegar a 50% de los clientes potenciales por medio de la televisión, a 30% por medio de periódicos, y a 20% por medio de la radio.
- Formule el problema como un juego por estrategia dominante , y determine el medio publicitario para cada compañía.

Solución del ejemplo (tabla de pagos)

Compañía B

Compañía A

	Sin publicidad	TV	Periódicos	Radio
Sin publicidad	50%	25%	35%	40%
TV	75%	50%	60%	65%
Periódicos	65%	40%	50%	55%
Radio	60%	35%	45%	50%

Procedemos a reducir la tabla de pagos

		Compañía B			
		Sin publicidad	TV	Periódicos	Radio
Compañía A	Sin publicidad	0	-50	-35	-20
	TV	50	0	20	30
	Periódicos	30	-20	0	10
	Radio	20	-30	-10	0

Ahora que la tabla de pago está reducida a un solo valor por cada celda. Aplicamos el algoritmo de **Estrategia dominante**.

Paso 1: Compañía A: La estrategia TV domina a la estrategia "Sin publicidad".

$$50 > 0 ; 0 > -50 ; 20 > -35 ; 30 > -20$$

Por lo tanto eliminamos la estrategia "Sin publicada" de la **Compañía A**

Eliminado estrategias dominadas

		Compañía B			
		Sin publicidad	TV	Periódicos	Radio
Compañía A	TV	50	0	20	30
	Periódicos	30	-20	0	10
	Radio	20	-30	-10	0

Paso 2: Compañía A: La estrategia TV domina a la estrategia “Periódicos”.

$50 > 30$; $0 > -20$; $20 > 0$; $30 > 10$

Por lo tanto eliminamos la estrategia “Periódicos” de la **Compañía A**

Eliminado estrategias dominadas

		Compañía B			
		Sin publicidad	TV	Periódicos	Radio
Compañía A	TV	50	0	20	30
	Radio	20	-30	-10	0

Paso 3: Compañía A: La estrategia TV domina a la estrategia "Radio".

$50 > 20$; $0 > -30$; $20 > -10$; $30 > 0$

Por lo tanto eliminamos la estrategia "Radio" de la **Compañía B**

Eliminado estrategias dominadas

		Compañía B			
		Sin publicidad	TV	Periódicos	Radio
Compañía A	TV	50	0	20	30

En vista que la compañía A, ha quedado con solo una estrategia, procedemos a eliminar las estrategias dominadas en la compañía B.

Paso 5: Compañía B: La estrategia TV domina a todas las demás estrategias:

$0 > -50$; La TV domina a "Sin publicidad"

$0 > -10$; La TV domina a Periódicos

$0 > -30$; La Tv domina a Radio

Por lo tanto eliminamos las estrategia "Sin publicidad, "Periódicos" y "Radio" de la **Compañía B**

Eliminado estrategias dominadas

		Compañía B	
		TV	
Compañía A	TV	0	

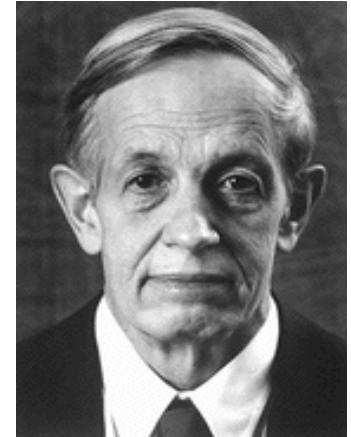
Ahora cada compañía ha quedado con su mejor estrategia la TV:

Esto significa que para que cada compañía conserve el 50% del mercado que ahora poseen, deben de hacer publicidad en el medio mas efectivo; la TV.

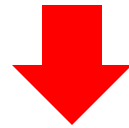
Equilibrio de Nash

- EQUILIBRIO DE NASH:

Conjunto tal de estrategias tal que cada jugador hace lo mejor para él dado lo que hacen sus adversarios.



John, Nash



ESTRATEGIAS ESTABLES

Estrategias maximin: Equilibrio (ejercicio)

Ejercicio: Suponga que dos jóvenes a llamados “El gringo” y “El monje” están participando en un juego. Cada jugador dispone de tres **estrategias** posibles a las que designaremos como A, B, y C (supongamos que son tres tarjetas con dichas letras impresas). Los premios o **pagos** consisten en la distribución de diez dólares que se repartirán según las estrategias elegidas por ambos jugadores y se muestran en la siguiente tabla llamada **matriz de pagos**.

MATRIZ DE PAGOS

		“El monje”		
		A	B	C
“El gringo”	A	9 1	1 9	2 8
	B	6 4	5 5	4 6
	C	7 3	8 2	3 7

Si ambos jugadores siguen estrategias maximin. Indique cuál será la estrategia seguida por cada jugador y el equilibrio

Solución por Minimax

MATRIZ DE PAGOS

		"El monje"			MAXi
		A	B	C	MIN
"El gringo"	A	8	-8	-6	-8
	B	2	0	-2	-2
	C	4	6	-4	-4
MINI	MAX	8	6	-2	

Hemos resuelto el juego por Minimax: Hay solución estable dado que el Minimax=Maximin esto es: **El gringo deberá usar la estrategia B para minimizar su pérdida y el monje ganará el juego con su mejor estrategia C.**

Estrategias mixtas

- En los casos analizados anteriormente el jugador elige un curso de acción específico (estrategia) y lo mantiene. Ejemplo: Una empresa puede elegir aumentar la tarifa o no modificarla; un jugador puede elegir derecha o izquierda. A este tipo de estrategias se les denomina estrategias puras.

No obstante, en algunos juegos **no existe** un equilibrio de Nash de estrategias puras, por lo cual es indispensable ampliar el concepto de equilibrio de Nash incorporando el concepto de estrategias mixtas.

Estrategias mixtas

Ejemplo Nro. 4 (modificado)

		B	
		Izquierda	Derecha
A	Arriba	0;0	0;-1
	Abajo	1;0	-1;3

Según Pindyck y Rubinfeld (1998) “una estrategia mixta es aquella en la que el jugador elige aleatoriamente entre dos o más opciones posibles, basándose en un conjunto de probabilidades elegidas”.

ilustración: Siguiendo el ejemplo 4 (modificado), el jugador A podría elegir arriba en el 50 por ciento de los casos, abajo en el otro 50 por ciento, y B podría elegir izquierda en el 50 por ciento de los casos y derecha en el otro 50 por ciento, en esta situación ambos jugadores tienen estrategias mixtas. .

Estrategias mixtas

Si A y B siguen las estrategias mixtas mencionadas antes, tienen una probabilidad de $\frac{1}{4}$ de terminar en cada una de las cuatro casillas de la matriz de resultados. Por lo tanto, el resultado medio de A es 0 y el de B es 0.5.

Ejemplo Nro. 5. El juego de las monedas. En este juego cada jugador elige cara o cruz y los dos tiran sus monedas al mismo tiempo. La matriz de ganancias está representada por:

		B	
		Cara	Cruz
A	Cara	1;-1	-1;1
	Cruz	-1;1	1;-1

En este juego el jugador A podría elegir cara con una probabilidad de $\frac{1}{2}$ y cruz con una probabilidad de $\frac{1}{2}$. El valor esperado de su ganancia sería igual a "0".