



UNIVERSIDAD DE MANAGUA
CURSO: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES
TAREA # 2
Problemas de Markov y Juegos



Prof. : MSc. Julio Rito Vargas Avilés

I C – 2016

PROBLEMAS DE ANALISIS DE MARKOV

1. Cada familia nicaragüense se clasifica según donde vive como urbana, rural o suburbana. Durante un año específico, 10% de las familias urbanas se mudaron a una ubicación suburbana, y 5% a un área rural; también 20% de las familias suburbanas se trasladaron a un área urbana y 7% se pasaron a una ubicación rural; por último 24% de las familias rurales se ubicaron en un área urbana y 16% se cambiaron a un lugar suburbano.
 - a. Haga el diagrama de transición de estado.
 - b. Si una familia vive ahora en un lugar urbano, cual es la probabilidad de que viva en un área urbana dentro de dos años a partir de ahora? Un área suburbana? Un área rural?.
 - c. Suponga que en el presente el 40% de las familias viven en el área urbana, 35% viven en un área suburbana y 25% viven en un área rural. Dos años a partir de ahora ¿Qué porcentaje de familias nicaragüenses vivirán en un área urbana?

2. La ciudad de Nueva York produce 1000 toneladas de aire contaminado por día, la ciudad de Jersey 100 toneladas y Newark 50 toneladas. Todos los días, los vientos arrastran $\frac{1}{3}$ de la contaminación de Nueva York a Newark, $\frac{1}{3}$ se disipa y el otro tercio permanece en Nueva York. Cada día el viento se lleva a Nueva York $\frac{1}{3}$ de la contaminación de la ciudad de Jersey, $\frac{1}{3}$ se queda en Jersey y $\frac{1}{3}$ se va Newark. Todos los días, $\frac{1}{3}$ de la contaminación de Newark permanece allí y el resto se va con el viento a la ciudad de Jersey. ¿En un día representativo cual ciudad será la más contaminada?

3. El ascensor de un edificio con planta baja y dos pisos realiza viajes de uno a otro piso. El piso en el que finaliza el viaje n -ésimo del ascensor sigue una cadena de Markov. Se sabe que la mitad de los viajes que parten de la planta baja se dirigen a cada uno de los otros dos pisos, mientras que si un viaje comienza en el primer piso, sólo el 25% de las veces finaliza en el segundo. Por último, si un trayecto comienza en el segundo piso, siempre finaliza en la planta baja. Se pide:
 - a. Calcular la matriz de probabilidades de transición de la cadena

- b. Dibujar el diagrama de transición de estado
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de que, a largo plazo, el ascensor se encuentre en cada uno de los tres pisos. (matriz estacionaria o estado estable)

 - d. Si hoy el viajante está en C, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga que trabajar en C al cabo de cuatro días?
 - e. ¿Cuáles son los porcentajes de días en los que el agente comercial está en cada una de las tres ciudades?
4. Suponga que toda la industria de refresco produce dos colas: Coca Cola y Pepsi Cola. Cuando una persona ha comprado Coca Cola hay una probabilidad de 90% de que siga comprándola la vez siguiente. Si una persona compró Pepsi, hay 80% de que repita la vez siguiente. Se pide:
- a. Si una persona actualmente es comprador de Pepsi. ¿Cuál es la probabilidad de que compre Coca Cola pasadas dos compras a partir de hoy?
 - b. Si en la actualidad una persona es comprador de Coca Cola. ¿Cuál es la probabilidad de que compre Coca Cola pasadas tres compras a partir de ahora?
 - c. Supongamos que el 60% de toda la gente toma hoy Coca Cola y el 40% Pepsi. A tres compras a partir de ahora, ¿Qué fracción de los compradores estará tomando Coca Cola.
Determinar la matriz de Markov estable
5. Dado, que Juan no sabe si su auto va a arrancar. Arranca el 90% de las veces si arrancó la mañana anterior, y el 70% de las veces no arranca si no arrancó la mañana anterior.
- a) Construya la matriz de probabilidades de transición.
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que arranque mañana si arrancó hoy?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de arranque mañana si *no* arrancó hoy?
6. Dadas las siguientes matrices de transición (de un paso) de una cadena de Markov, determine las clases de las cadenas de Markov y si son recurrentes o no

$$a) \mathbf{P} = \begin{array}{c|cccc} & \text{Estado} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 2 & & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 3 & & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{array}$$

$$b) \mathbf{P} = \begin{array}{c|ccc} & \text{Estado} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & & 0 & 0 & 1 \\ 1 & & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 2 & & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

PROBLEMAS DE JUEGOS

I. HALLAR LAS ESTRATEGIAS ÓPTIMAS DE CADA JUGADOR

| | | JB | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | | b1 | b2 | b3 | b4 |
| JA | a1 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| | a2 | 5 | 6 | 3 | 8 |
| | a3 | 8 | 7 | 9 | 7 |
| | a4 | 4 | 2 | 8 | 3 |

- Quien gana el juego?
- Estrategia ganadora?
- Valor del juego?

- II. Dos empresas llamadas A y B compiten en un nuevo mercado de bebidas. Tanto A como B deben decidir entre dos acciones: 1. Entrar en el mercado de bebidas y 2. No entrar en el mercado de bebidas. Si A y B deciden entrar simultáneamente, las ventajas competitivas de la empresa A le darán todo el mercado e incluso se beneficiará de las inversiones publicitarias de B. A gana 9 millones de córdobas, mientras que B pierde esa misma cantidad. Si A decide entrar pero B no, entonces A se queda con el mercado, pero no pudiendo aprovechar las inversiones de B solo gana 3 millones de córdoba, B pierde un monto parcial de su inversión, correspondiente a 3 millones de córdobas. Si B decide entrar pero A no, B se queda con todo el mercado, que le da una ganancia de 4 millones de córdobas, A pierde su inversión inicial por ese monto. Pero si ni A ni B deciden entrar en el mercado, ninguno de los dos gana o pierde.
- ¿Qué decide cada empresa?
 - Qué estrategia adoptan?
 - Cuanto es la ganancia de la empresa ganadora?

- III. Aplican el concepto de estrategias estrictamente dominante al siguiente juego, ¿qué estrategias podemos estar seguros de que *nunca* se jugarán? En cada eliminación, explicita qué supuesto necesita hacer acerca del jugador correspondiente. Nota: El pago izquierdo es siempre el del jugador fila

| | C1 | C2 | C3 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| F1 | 8, 2 | 1, 1 | 4, 0 |
| F2 | 0, 2 | 5, 1 | 1, 0 |
| F3 | 1, 3 | 0, 100 | 9, 0 |

- IV. Dos empresas automovilísticas deciden lanzar al mercado al mismo tiempo un modelo de coche de gama intermedia. Cada una de ellas se está planteando si ofrecer o no financiación a los clientes, lo cual le supondría captar mayor cuota de mercado, pero llevaría consigo ciertos costes. Ambas empresas prefieren no ofertar dicha financiación, pero cada una teme que la otra la ofrezca y, por tanto, acapare mayor número de compradores. Supongamos que los beneficios esperados por las empresas son los siguientes. Si ambas ofrecen financiación, 400 millones para cada una; si ninguna lo hace, 600 para cada una, y si una la ofrece y la otra no, la primera gana 800 y la segunda 300. Represente el juego en forma normal. Resuelva el juego.