



UNIVERSIDAD DE MANAGUA
CURSO: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES
TAREA # 2



Problemas de Markov, Colas y Juegos

Prof. : MSc. Julio Rito Vargas Avilés

III C – 2015

PROBLEMAS DE ANALISIS DE MARKOV

1. Cada familia nicaragüense se clasifica según donde vive como urbana, rural o suburbana. Durante un año específico, 15% de las familias urbanas se mudaron a una ubicación suburbana, y 5% a un área rural; también 16% de las familias suburbanas se trasladaron a un área urbana y 4% se pasaron a una ubicación rural; por último 24% de las familias rurales se ubicaron en un área urbana y 16% se cambiaron a un lugar suburbano.
 - a. Haga el diagrama de transición de estado.
 - b. Si una familia vive ahora en un lugar urbano, cual es la probabilidad de que viva en un área urbana dentro de dos años a partir de ahora? Un área suburbana? Un área rural?.
 - c. Suponga que en el presente el 40% de las familias viven en el área urbana, 35% viven en un área suburbana y 25% viven en un área rural. Dos años a partir de ahora ¿Qué porcentaje de familias nicaragüenses vivirán en un área urbana?

2. Suponga que cada estadounidense en cada uno de los tres grupos: niños, adultos que trabajan y adultos retirados. Durante un periodo de un año, 0.959 de los niños seguirán siendo niños, 0.04 de los niños se convertirán en adultos, y 0.001 de los niños mueren. En cualquier año 0.96 de los adultos que trabajan permanecen trabajando y 0.3 de las personas que trabajan se volverán personas retiradas, y 0.1 de los adultos que trabajan morirán, También 0.95 de las personas retiradas permanecerán así, y 0.05 de las personas retiradas morirán.
 - a. Haga el diagrama de transición de estado.
 - b. Determine la matriz estacionaria o estable

3. La ciudad de Nueva York produce 1000 toneladas de aire contaminado por día, la ciudad de Jersey 100 toneladas y Newark 50 toneladas. Todos los días, los vientos arrastran $\frac{1}{3}$ de la contaminación de Nueva York a Newark, $\frac{1}{3}$ se disipa y el otro tercio permanece en Nueva York. Cada día el viento se lleva a Nueva York $\frac{1}{3}$ de la contaminación de la ciudad de Jersey, $\frac{1}{3}$ se queda en Jersey y $\frac{1}{3}$ se va Newark. Todos los días, $\frac{1}{3}$ de la

contaminación de Newark permanece allí y el resto se va con el viento a la ciudad de Jersey. ¿En un día representativo cual ciudad será la más contaminada?

4. El ascensor de un edificio con planta baja y dos pisos realiza viajes de uno a otro piso. El piso en el que finaliza el viaje n -ésimo del ascensor sigue una cadena de Markov. Se sabe que la mitad de los viajes que parten de la planta baja se dirigen a cada uno de los otros dos pisos, mientras que si un viaje comienza en el primer piso, sólo el 25% de las veces finaliza en el segundo. Por último, si un trayecto comienza en el segundo piso, siempre finaliza en la planta baja. Se pide:
 - a. Calcular la matriz de probabilidades de transición de la cadena
 - b. Dibujar el diagrama de transición de estado
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de que, a largo plazo, el ascensor se encuentre en cada uno de los tres pisos. (matriz estacionaria o estado estable)
 - d. Si hoy el viajante está en C, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga que trabajar en C al cabo de cuatro días?
 - e. ¿Cuáles son los porcentajes de días en los que el agente comercial está en cada una de las tres ciudades?

5. Suponga que toda la industria de refresco produce dos colas: Coca Cola y Pepsi Cola. Cuando una persona ha comprado Coca Cola hay una probabilidad de 90% de que siga comprándola la vez siguiente. Si una persona compró Pepsi, hay 80% de que repita la vez siguiente. Se pide:
 - a. Si una persona actualmente es comprador de Pepsi. ¿Cuál es la probabilidad de que compre Coca Cola pasadas dos compras a partir de hoy?
 - b. Si en la actualidad una persona es comprador de Coca Cola. ¿Cuál es la probabilidad de que compre Coca Cola pasadas tres compras a partir de ahora?
 - c. Supongamos que el 60% de toda la gente toma hoy Coca Cola y el 40% Pepsi. A tres compras a partir de ahora, ¿Qué fracción de los compradores estará tomando Coca Cola.
Determinar la matriz de Markov estable

6. Dado, que Juan no sabe si su auto va a arrancar. Arranca el 90% de las veces si arrancó la mañana anterior, y el 70% de las veces no arranca si no arrancó la mañana anterior.
 - a) Construya la matriz de probabilidades de transición.
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que arranque mañana si arrancó hoy?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de arranque mañana si *no* arrancó hoy?

7. Dada tres tiendas de ropa, en un mes dado, Dress-Rite pierde 10% de sus clientes que cambian a Fashion, Inc. y 20% de su mercado cambia a Luxury Living; pero Fashion, Inc., pierde 5% de su mercado que cambia a Dress-Rite y 10% que cambia a Luxury Living cada mes; luego, Luxury Living pierde 5% de su mercado que cambia a Fashion, Inc., y 5% de su

mercado que cambia a Dress-Rite. En este momento, cada una de las tiendas de ropa tiene una participación igual en el mercado.

- a. ¿Cuáles cree que serán las participaciones en el mercado el próximo mes?
- b. ¿Cuáles serán dentro de tres meses?
- c. ¿Cuáles serán dentro de seis meses?

8. La compañía Goodeating Dog Chow elabora diferentes marcas de alimento para perros. Uno de sus mejores productos es la bolsa de 50 libras de Goodeating Dog Chow. George Hamilton, presidente de Goodeating, utiliza una máquina muy antigua para empacar automáticamente las 50 libras de Goodeating Chow en una bolsa. Por desgracia, como la máquina es antigua, en ocasiones llena las bolsas con más o con menos producto. Cuando el llenado es correcto y coloca 50 libras de comida en cada bolsa, existe una probabilidad de 10% de que la máquina ponga solo 49 libras en cada bolsa el siguiente día, y una probabilidad de 0.20 de que coloque 51 libras en cada bolsa el siguiente día. Si la máquina está colocando 49 libras en cada bolsa, hay una probabilidad de 0.30 de que mañana ponga 50 libras y una probabilidad de 0.20 de que ponga 51 libras en cada bolsa. Además, si la máquina está colocando 51 libras en cada bolsa hoy, existe una probabilidad de 0.40 de que coloque 50 libras en cada bolsa mañana y una probabilidad de 0.10 de que coloque 49 libras mañana.

- a. Si la máquina está cargando 50 libras en cada bolsa hoy, ¿cuál es la probabilidad de que coloque 50 libras en cada bolsa mañana?
- b. Resuelva el inciso (a) cuando la máquina está colocando solo 49 libras en cada bolsa hoy.
- c. Resuelva el inciso a) cuando la máquina está colocando 51 libras hoy.

9. Dadas las siguientes matrices de transición (de un paso) de una cadena de Markov, determine las clases de las cadenas de Markov y si son recurrentes o no

$$a) \mathbf{P} = \begin{array}{c} \text{Estado} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{c} 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \\ \left[\begin{array}{cccc} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

$$b) \mathbf{P} = \begin{array}{c} \text{Estado} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} 0 \quad 1 \quad 2 \\ \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

PROBLEMAS DE JUEGOS

I. HALLAR LAS ESTRATEGIAS ÓPTIMAS DE CADA JUGADOR

		JB			
		b1	b2	b3	b4
JA	a1	3	5	4	6
	a2	5	6	3	8
	a3	8	7	9	7
	a4	4	2	8	3

- II. Dos bancos del sistema compiten por atraer el mayor número de cuenta habientes en un poblado del occidente del país: Banco “Le cuida su pisto” el primero, y Banco “Le Guardo su Plata” el segundo; para el logro de su objetivo cada uno aplica las estrategias siguientes:

1. Sorteo de electrodomésticos
2. Tasa de interés más alta
3. Sorteo de dinero en efectivo

Si el segundo banco ofrece sorteo de electrodomésticos atrae 200 cuenta habientes más que el primero, cuando este ofrece lo mismo, 1000 más cuando el primero ofrece tasa de interés más alta y 800 menos cuando el primero ofrece sorteo de dinero en efectivo. Si el segundo banco ofrece una tasa de interés más alta atrae 1300 más cuando el primero ofrece sorteo de electrodomésticos, 700 más cuando el primero ofrece lo mismo y 900 menos cuando el primero ofrece sorteo de dinero en efectivo. Si el segundo banco ofrece sorteo de dinero en efectivo atrae 2000 menos cuando el primero ofrece sorteo de electrodomésticos, 1500 más cuando el primero ofrece tasa de interés más alta y 850 menos cuando el primero ofrece lo mismo.

1. ¿Qué banco es el ganador del juego?
2. ¿Qué estrategia debe aplicar cada banco?

III. . “Dos empresas llamadas A y B compiten por entrar en un nuevo mercado de refrescos. Tanto A como B deben decidir entre dos acciones, las que son (1) no entrar en el mercado de refrescos, y (2) entrar en el mercado de refrescos. Si A y B deciden entrar simultáneamente, las ventajas competitivas de la empresa A le darán todo el mercado e incluso se beneficiará de las inversiones publicitarias de B. A gana 9 millones de dólares, mientras que B pierde esa misma cantidad. Si A decide entrar, pero B no, entonces A se queda con el mercado, pero no pudiendo aprovechar todas las inversiones de B, sólo gana 3 millones de dólares. B pierde un monto parcial de su inversión, correspondiente también a 3 millones de dólares. Si B decide entrar, pero A no, B se queda con todo el mercado, que le da una ganancia de cuatro millones de dólares. A pierde una inversión parcial por ese mismo monto. Pero si ni A ni B deciden entrar en el mercado, ninguno de los dos gana o pierde

1. ¿Qué decide cada empresa?
2. ¿Quién gana el juego?

PROBLEMAS DE COLAS O LINEAS DE ESPERAS

- I. Una sucursal bancaria estima que la tasa de llegada de clientes (siguiendo una distribución de Poisson) es de 30 clientes/hora. En el momento de observación del fenómeno a estudiar hay solo una ventanilla abierta al público y el tiempo de servicio está distribuido exponencialmente con media 115 sg/cliente. Determinar:
 - a. Número promedio de clientes en el sistema y número promedio de clientes en espera.
 - i. Tiempo promedio de espera y tiempo promedio de permanencia en la sucursal.
 - b.Cuál es la probabilidad que hayan más de dos clientes en espera.
- II. En una estación de gasolina. Las llegadas de vehículos a la estación se producen según un proceso de Poisson de media 10 autos por hora mientras que el tiempo medio de servicio es de 4 minutos por cliente, siendo éste exponencial.
 - a. Calcular la probabilidad de que cuando un vehículo llega, el surtidor esté vacío.
 - b. Calcular la probabilidad de que cuando llega un vehículo a la gasolinera, haya más de dos usuarios en la estación de servicio.
 - c. Cuando llega un vehículo al sistema ¿cuál es el número esperado de vehículos que encontrará en la cola?
 - d. Calcular el tiempo medio de un coche en la estación de servicio.
- III. Se pretende mejorar el rendimiento de una sala de computadoras. El sistema tiene las siguientes características:
 - 3 computadoras.
 - Los Usuarios acceden a la sala (distribución poissoniana) con una tasa de 5 usuarios/hora.
 - Tiempo medio de utilización de cada computadora, bajo una distribución exponencial, es de 2 horas.

- Cuando un usuario encuentra todos los puestos ocupados abandona la sala.

Determinar en número de computadoras a adquirir si se desea triplicar el número medio de usuarios.

- IV. Un supermercado cuenta con 7 cajas de cobro. Los clientes llegan a ellas siguiendo un proceso de Poisson con una tasa media de 100 clientes/hora. El personal que atiende cada caja de cobro necesita en media 5 segundos para procesar cada unidad de compra (cada elemento que el cliente desea comprar), se sabe que cada cliente en promedio lleva 6 elementos. Además, se estima que el tiempo de cobro de un cliente, sea en efectivo o con tarjeta, es de 1.5 minutos.
- Calcule el tiempo medio de espera en cola, con 7 cajas de cobro.
 - Calcule el tiempo medio de espera en el sistema.
 - Calcule el número de clientes en cola, con 7 cajas de cobro.
 - Calcule el número clientes en el sistema, con 7 cajas de cobro.