

## PROBLEMAS RESUELTOS DE TEORÍA DE JUEGOS

Prof.: MSc. Julio Rito Vargas A.

---

- I. La Empresa, después de seguir consejo y haber conseguido resultados óptimos, decide consultar la estrategia a seguir para competir con la empresa DII. Ha desarrollado un modelo de pronósticos de ventas de cada uno de los productos de su empresa, en función de sus decisiones y las de la empresa DII. Estos datos los han recogido en la matriz de pago que se muestra. ¿Cuál es el informe que debes presentar a la empresa? Describir su estrategia, la de DII y el valor del juego.

		DII			
		B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
Empresa	A <sub>1</sub>	50	20	120	-50
	A <sub>2</sub>	60	20	70	60
	A <sub>3</sub>	-20	0	-40	60

### Solución:

Puede observar que la Empresa tiene tres estrategias (A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>) y DII tiene cuatro estrategias (B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>4</sub>). Vamos a resolver este problema por medio de estrategias dominadas, para ello nos vamos a ubicar en el jugador "Empresa", la que como dijimos tiene tres y la pregunta que nos hacemos es ¿necesita las tres estrategias? O le conviene deshacerse de algunas de ellas? Si ese fuere el caso ¿Cuáles estrategias debemos eliminar? Desde luego la(s) estrategia(s) dominadas.

1. Jugador "Empresa": vemos que la estrategia A<sub>2</sub> domina a la estrategia A<sub>3</sub> (60 > -20; 20 > 0; 60 ≥ 60)

Por lo que debemos eliminar la estrategia A<sub>3</sub>. El juego quedaría así:

		DII			
		B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>
Empresa	A <sub>1</sub>	50	20	120	-50
	A <sub>2</sub>	60	20	70	60

2. Jugador "DII": vemos que la Estrategia B<sub>4</sub> domina la peor estrategia del jugador DII la B<sub>3</sub> Pierde 120 y pierde 70. Esto es (50 > -120; -60 > -70). El juego quedaría así:

		DII		
		B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>4</sub>
Empresa	A <sub>1</sub>	50	20	-50
	A <sub>2</sub>	60	20	60

3. Volvemos al Jugador "Empresa": observe que la estrategia  $A_2$  domina a la estrategia  $A_1$  ( $60 > -50$ ;  $20 \geq 20$ ;  $60 \geq 50$ )

Por lo que debemos eliminar la estrategia  $A_1$ . El juego quedaría así:

		DII		
		$B_1$	$B_2$	$B_4$
Empresa	$A_2$	60	20	60

4. Puede ver Ahora que el jugador DII siempre pierde con la estrategia  $A_2$  del jugador Empresa. Si sabe el Jugador que va a perder deberá querer perder lo menos posible. O sea las estrategias  $B_1$  y  $B_4$  son dominadas por  $B_2$ . ( $-20 > -60$ ). Por lo que el juego queda así:

		DII
		$B_2$
Empresa	$A_2$	20

Conclusión: El juego debe terminar a favor del jugador "Empresa" con un monto de 20, si usa la estrategia  $A_2$  y el jugador DII usa la estrategia  $B_2$  para minimizar sus pérdidas.

- II. Resuelva los siguientes juegos usando estrategia dominada
- Determina la estrategia óptima para cada jugador, por medio de la técnica de estrategia DOMINADA.

		$J_2$		
		$B_1$	$B_2$	$B_3$
$J_1$	$A_1$	-2	-2	-1
	$A_2$	1	5	-2
	$A_3$	5	3	0

**Solución:** Los jugadores son  $J_1$  y sus pagos están en filas y  $J_2$  cuyos pagos están columna, para el jugador  $J_2$  un valor negativo significa que gana y si es no negativa pierde.

El jugador  $J_1$  tiene tres estrategias  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$ . El jugador  $J_2$  tiene también tres estrategias  $B_1$ ,  $B_2$  y  $B_3$ .

- El jugador  $J_1$  tiene la estrategia  $A_1$  dominada por la estrategia  $A_3$ . ( $5 > -2$ ); ( $3 > -2$ ); y ( $0 > -1$ )  
Por lo que debemos eliminar esa estrategia.

		J2		
		B1	B2	B3
J1	A2	1	5	-2
	A3	5	3	0

2. El jugador J2 tiene dos estrategias dominadas B1 y B2 siendo B3 la dominante. Vamos a eliminar la peor B2. ( $2 > -5$ ) y ( $0 > -3$ ).

		J2	
		B1	B3
J1	A2	1	-2
	A3	5	0

3. El jugador J1 tiene una estrategia dominada A2 y la dominante es A3. ( $5 > 1$ ) y ( $0 > -2$ ) por lo que vamos a eliminar la estrategia dominada.

		J2	
		B1	B3
J1	A3	5	0

4. El jugador J2 tiene una estrategia dominada B1 ( $0 > -5$ ), por lo que desde luego eliminamos la estrategia dominada.

		J2
		B3
J1	A3	0

Conclusión: Este juego puede terminar en empate, "0", Si el jugador J1 usa la estrategia A3 y el Jugador J2 usa la estrategia B3.

- b. Determina la estrategia óptima para cada jugador, por medio de la técnica de estrategia DOMINADA

		$J_2$			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$J_1$	$A_1$	-2	-2	-1	-3
	$A_2$	1	5	-2	8
	$A_3$	5	3	0	5

**Solución:** Los jugadores son J1 y sus pagos están en filas y J2 cuyos pagos están columna, para el jugador J2 un valor negativo significa que gana y si es no negativa pierde.

El jugador J1 tiene tres estrategias A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub> y A<sub>3</sub>. El jugador J2 tiene también tres estrategias B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub> y B<sub>3</sub>, B<sub>4</sub>.

1. El jugador J1 tiene una estrategia dominada A<sub>3</sub>, la estrategia dominante es A<sub>2</sub>. (6>-2); (5>4); (6>-9); (8>5). Por lo decidimos eliminar la estrategia dominada.

J2

		B1	B2	B3	B4
J1	A1	8	-2	9	-3
	A2	6	5	6	8

2. El jugador J2 tiene varias estrategias dominadas pero B3 parece ser la peor dominada B2. (2>-9) ; (-5>-6). Por lo que decidimos eliminar la estrategia B3. Quedaría así:

J2

		B1	B2	B4
J1	A1	8	-2	-3
	A2	6	5	8

3. El jugador J2 tiene B2 como estrategia dominante de B1, por lo que decidimos eliminar la estrategia B1. (2>-8); (-5>-6). Quedará así:

J2

		B2	B4
J1	A1	-2	-3
	A2	5	8

4. El jugador J1 tiene como estrategia dominante a A2 y la dominada A1. (5>-2); (8>-3) Por lo que decidimos eliminar la estrategia A1.

J2

J1	A2	B2	B4
		5	8

5. El jugador J2 tiene a B4 como estrategia dominada y B2 como dominante. (-5>-8) Por lo que decidimos eliminar la estrategia dominada.

J2

J1	A2	B2
		5

**Conclusión:** Lo que más le conviene al Jugador J1 es quedarse con la estrategia A2 para ganarle 5 al jugador J2, al jugador J2 le conviene quedarse con la estrategia B2 para minimizar sus pérdidas.

c. Considere la siguiente matriz de pagos:

Estrategia		Jugador 2			
		1	2	3	4
Jugador 1	1	2	-3	-1	1
	2	-1	1	-2	2
	3	-1	2	-1	3

Determina la estrategia óptima para cada jugador, por medio de la técnica de estrategia DOMINADA.

**Solución:**

1. Iniciaremos con el Jugador 1, que tiene tres estrategias y como se puede ver la estrategia 3 domina a la estrategia 2. Esto es  $(-1 \geq -1)$ ;  $(2 > 1)$ ;  $(-1 \geq -2)$ ;  $(3 > 2)$ . Por lo que el juego quedaría así:

		Jugador 2			
		1	2	3	4
Jugador 1	1	2	-3	-1	1
	3	-1	2	-1	3

2. Ahora nos ubicamos en el jugador 2, es decir en las columnas. La estrategia 3 domina a la estrategia 4.  $(1 > -1)$ ;  $(1 > -3)$ . Por lo que el juego quedaría así:

		Jugador 2		
		1	2	3
Jugador 1	1	2	-3	-1
	3	-1	2	-1

3. Vemos que en el Jugador 2, la estrategia 3 domina a la 1.  $(1 > -2)$ ;  $(1 \geq 1)$  por lo sería bueno eliminar la estrategia 1.

		Jugador 2	
		2	3
Jugador 1	1	-3	-1
	3	2	-1

4. Ahora el Jugador 1, tiene dos estrategias, pero la 3 domina a la 1, ( $2 > -3$ ) y ( $-1 \geq -1$ )  
 Por lo que eliminamos la estrategia 1 del jugador 1. El juego queda así:

		Jugador 2	
		2	3
Jugador 1	3	2	-1

5. En el caso del Jugador 2, la estrategia 3 domina a la 2, por lo que conviene eliminar la estrategia 2 de dicho jugador. ( $1 > -2$ ). Quedando el juego como se muestra:

		Jugador 2
		3
Jugador 1	3	-1

**En conclusión:** el jugador 2 debe ganar el juego con la estrategia 3 y el juego lo pierde el jugador 1. Con un pago de 1.