

BLOQUE DE PROBLEMAS DE TEORÍA DE JUEGOS

- I. El sindicato y la administración de una compañía negocian el nuevo contrato colectivo. Por ahora las negociaciones están congeladas, pues la empresa ha hecho una oferta “final” de un aumento salarial de \$1.10 por hora y el sindicato una demanda “final” de un aumento de \$1.60 por hora. Ambas partes han acordado que un árbitro imparcial establezca el aumento en alguna cantidad entre \$1.10 por hora y \$1.60 por hora (inclusive).

El arbitraje ha pedido a cada parte que le presente una propuesta confidencial de un aumento salarial económicamente razonable y justo (redondeado a los diez centavos más cercanos). Por experiencias anteriores, ambas partes saben que por lo general el árbitro acepta la propuesta del lado que cede más en su cifra final. Si ningún lado cambia su cantidad final o si ambos ceden en la misma cantidad, el arbitraje suele establecer una cifra a la mitad (\$1.35 en este caso). Ahora, cada parte necesita determinar qué aumento proponer para obtener un beneficio máximo.

Formule este problema como un juego de dos personas y suma cero.

- II. Dos fabricantes compiten por las ventas de dos líneas de productos distintas pero igualmente redituables. En ambos casos, el volumen de ventas del fabricante 2 es el triple del que logra el fabricante 1. En vista de algunos avances tecnológicos, ambos harán mejoras importantes a los dos productos, pero no están seguros de la estrategia de desarrollo y comercialización que deben seguir. Si desarrollan al mismo tiempo las mejoras de los dos productos, ningún fabricante podrá tenerlos listos para la venta antes de 12 meses. Una alternativa es llevar a cabo un “programa intensivo” para desarrollar primero uno de los dos productos y tratar de comercializarlo antes de que la competencia lo haga. Si actúa de esta manera, el fabricante 2 podría tener un producto listo para la venta en nueve meses, mientras que el fabricante 1 requeriría 10 meses (por compromisos previos de sus instalaciones). Cualquiera de los fabricantes podría tener el segundo producto listo en otros nueve meses.

Para cualquier línea de producto, si los dos fabricantes comercializan los modelos mejorados simultáneamente, se estima que el fabricante 1 aumentaría 8% (de 25 a 33%) el porcentaje del total de las ventas futuras de este producto. De la misma manera, el fabricante 1 aumentaría sus ventas 20, 30 y 40% del total si comercializa el producto 2, seis y ocho meses antes que el fabricante 2, respectivamente. Por otro lado, el fabricante 1 perdería 4, 10, 12 y 14% del total si el fabricante 2 logra comercializar uno, tres, siete y diez meses antes que él.

Formule este problema como un juego de suma cero de dos personas y determine la estrategia que deben seguir los dos fabricantes según el criterio minimax.

- III. Para la siguiente matriz de pagos determine la estrategia óptima de cada jugador. Para ello elimine de manera sucesiva las estrategias dominadas. (Indique el orden en el que elimina las estrategias.)

		Jugador 2		
		1	2	3
Estrategia	1	-3	1	2
	2	1	2	1
	3	1	0	-2

IV. En la siguiente matriz de pago, determine la estrategia óptima de cada jugador. Para ello elimine de manera sucesiva las estrategias dominadas. Proporcione una lista de estas estrategias dominadas (y la estrategia dominante correspondiente) en el orden en el que las eliminó.

		Jugador 2			
		1	2	3	4
Jugador 1	Estrategia 1	2	-3	-1	1
	Estrategia 2	-1	1	-2	2
	Estrategia 3	-1	2	-1	3

V. Encuentre el punto silla del juego que tiene la siguiente matriz de pagos. Utilice el criterio minimax para encontrar la mejor estrategia de cada jugador. ¿Tiene este juego un punto silla? ¿Se trata de un juego estable?

		Jugador 2		
		1	2	3
Jugador 1	Estrategia 1	1	-1	1
	Estrategia 2	-2	0	3
	Estrategia 3	3	1	2

VI. Encuentre el punto silla del juego que tiene la siguiente matriz de pagos. Aplique el criterio minimax para encontrar la mejor estrategia de cada jugador. ¿Tiene este juego un punto silla? ¿Se trata de un juego estable?

		Jugador 2			
		1	2	3	4
Jugador 1	Estrategia 1	3	-3	-2	-4
	Estrategia 2	-4	-2	-1	1
	Estrategia 3	1	-1	2	0

VII. Considere el juego que tiene la siguiente matriz de pagos.

- a. Formular el problema para encontrar las estrategias mixtas óptimas de acuerdo con el criterio minimax, como un problema de programación lineal.
- b. Aplique el método simplex para encontrar estas estrategias mixtas.

		Jugador 2			
		1	2	3	4
Jugador 1	1	5	0	3	1
	2	2	4	3	2
	3	3	2	0	4

- VIII. Siga las instrucciones del problema anterior (VII) para el juego que tiene la siguiente matriz de pagos.

		Jugador 2				
		1	2	3	4	5
Jugador 1	1	1	-3	2	-2	1
	2	2	3	0	3	-2
	3	0	4	-1	-3	2
	4	-4	0	-2	2	-1

- IX. En los juegos (a) y (b) dados a continuación, la retribución es para el jugador A. Cada juego tiene una solución de estrategia pura. En cada caso, determine las estrategias que definen el punto de silla y el valor del juego.

(a)

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	8	6	2	8
A_2	8	9	4	5
A_3	7	5	3	5

(b)

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	4	-4	-5	6
A_2	-3	-4	-9	-2
A_3	6	7	-8	-9
A_4	7	3	-9	5

X. Dos compañías promueven dos productos competidores. En la actualidad, cada producto controla 50% del mercado. Debido a mejoras recientes en los dos productos, cada compañía planea lanzar una campaña publicitaria. Si ninguna de las dos compañías se anuncia, continuarán iguales las partes del mercado. Si alguna de las compañías lanza una campaña más agresiva, la otra compañía con toda certeza perderá un porcentaje proporcional de sus clientes.
Un encuesta del mercado muestra que se puede llegar a 50% de los clientes potenciales por medio de la televisión, a 30% por medio de periódicos, y a 20% por medio de la radio.

- Formule el problema como un juego de suma cero entre dos personas, y determine el medio publicitario para cada compañía.

XI. La Empresa DI, después de seguir consejo y haber conseguido resultados óptimos, decide consultar la estrategia a seguir para competir con la empresa DII. Ha desarrollado un modelo de pronósticos de ventas de cada uno de los productos de su empresa, en función de sus decisiones y las de la empresa DII. Estos datos los han recogido en la matriz de pago que se muestra. ¿Cuál es el informe que debes presentar a la empresa DI? Describir su estrategia, la de DII y el valor del juego.

		DII			
		B₁	B₂	B₃	B₄
DI	A₁	50	20	120	-50
	A₂	60	20	70	60
	A₃	-20	0	-40	60

XII. Dos prisioneros han sido acusados de cometer un robo junto. El juez les da una oportunidad: Si ambos confiesan, los sentenciará a 5 años de prisión a cada uno; si uno confiesa y el otro no, al primero le dará un año y al segundo 10; finalmente, si ninguno de los dos confiesa, el juez, a falta de pruebas, sólo los puede sentenciar a 2 años a cada uno por posesión ilegal de armas. Resolver el dilema de los prisioneros. ¿Cuáles son los años esperados de prisión para cada prisionero?

XIII. Las dos principales cadenas de tiendas de una ciudad están preparando su mejor estrategia para realizar la liquidación de término de temporada de invierno. Estas empresas deben decidir qué semana del mes de julio es la más conveniente para realizar su liquidación. En la siguiente matriz se indican las posibles estrategias y los resultados que obtienen cada empresa en términos de las utilidades netas de la temporada.

		Cadena 2		
		1ª Semana	2ª Semana	3ª Semana
Cadena 1	1ª Semana	30	15	35
	2ª Semana	15	25	35
	3ª Semana	35	35	60

De acuerdo a los datos responda justificando claramente:

- (a) ¿Tiene la cadena 1 una estrategia dominante? ¿Tiene alguna estrategia dominada?
- (b) ¿Tiene la cadena 2 una estrategia dominante? ¿Tiene alguna estrategia dominada?
- (c) ¿Existe algún equilibrio de Nash?
- (d) ¿Cuál es el equilibrio cooperativo? ¿Es estable?

XIV. Los dos principales canales de televisión (TVX y TVY) están compitiendo por la teleaudiencia en los horarios entre las 20 y 21 horas y entre las 22 y 23 horas de las noches de los lunes. Cada canal tiene dos programas, uno de ellos más atractivo (estelar) que el otro, y debe decidir en qué horario transmitir cada programa. Las programaciones posibles para el programa estelar de cada canal llevan a los siguientes ratings totales (ambos programas sumados) para cada canal:

Matriz de Pagos		TVY	
		20-21 hrs.	22-23 hrs.
TVX	20-21 hrs.	17	16
	22-23 hrs.	13	18

XV. Dos firmas compiten por un mercado que vale 100. Cada firma tiene dos opciones: ser agresiva (A) o ser negociadora (N). Si las dos firmas eligen la misma estrategia, el mercado se divide equitativamente. Si una firma agresiva se enfrenta con una negociadora, la agresiva se queda con el 75% del mercado y la negociadora con el 25%. El costo del comportamiento agresivo (por ejemplo, por bajar los precios) es un valor c .

- (a) Represente el juego en forma normal
- (b) ¿Para qué valores de c negociar es una estrategia estrictamente dominante?
Interprete