



Métodos Cuantitativos para la toma de Decisiones.

MSc. Ing. Julio Rito Vargas A.

2014




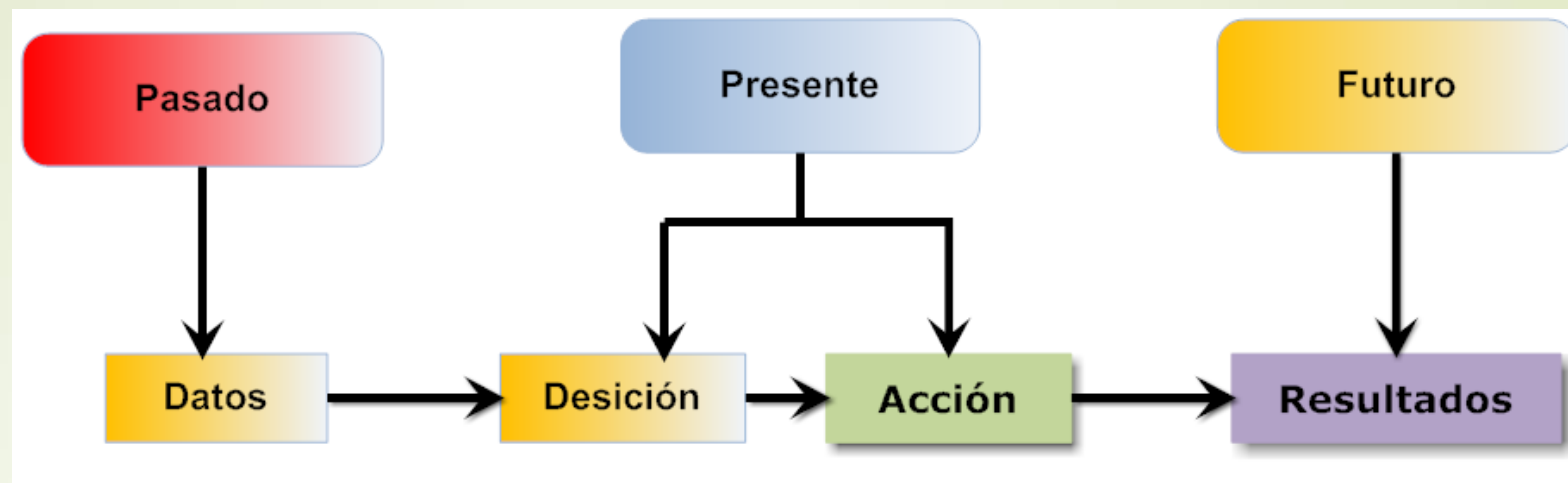
Definición de Toma de decisiones

- Es el proceso de elegir una solución racional para un problema, siempre y cuando existan al menos dos soluciones alternativas.
- El objetivo de una solución racional a diversos problemas es encontrar el óptimo, lo mejor.
- Esta solución racional puede ser obtener ganancias máximas o costo mínimo, o algún otro criterio. Mientras que en teoría el óptimo siempre se obtiene, en la práctica es difícil de alcanzar.



LOS SEIS PASOS EN LA TEORIA DE DECISIONES

- 1. Defina claramente el problema.
 - 2. Liste las posibles alternativas.
 - 3. Identifique los posibles resultados.
 - 4. Liste el costo o la utilidad de cada combinación de alternativas y resultados.
 - 5. Seleccione uno de los modelos matemáticos de la teoría de decisiones.
 - 6. Aplique el modelo y tome su decisión.
- 



- Como podemos observar en el gráfico, el tiempo es uno de los elementos del problema de decisión, puesto que la decisión que tomamos en el momento presente, da lugar a una acción, elegidas entre las alternativas, que provocará un resultado en el futuro. Además consideremos como las decisiones del presente se alimentan con los datos del pasado.
- Cuando tomamos decisiones hay que prever el futuro, o sea debemos predecir y calcular las consecuencias de las posibles acciones.

Clasificación de los problemas de decisión



PROBLEMAS DE
DECISIÓN

**Enfrentamiento con
estados naturales**

Certidumbre

Un único futuro
con $p=1$

Riesgo

Varios futuros posibles
cuyas probabilidades
son conocidas

Incertidumbre

Varios futuros posibles
cuyas probabilidades
no son conocidas

Tabla de decisión o Matriz de resultados

Las tablas de decisión (o matriz de resultados): sirven para tratar muchos problemas de decisión y poseen los siguientes elementos:

Los diferentes estados de la naturaleza s_j (s_1, s_2, \dots, s_n).

Las distintas alternativas o cursos de acción, entre los cuales el TD deberá seleccionar uno a_j (a_1, a_2, \dots, a_m).

Los resultados R_{ij} que surgen de la elección de la alternativa a_i cuando se presenta el estado s_j

	Estados de la Naturaleza				
		s_1	s_2	...	s_n
Alternativas	A_1	R_{11}	R_{12}	...	R_{1n}
	A_2	R_{21}	R_{22}	...	R_{2n}

	A_n	R_{n1}	R_{n2}	...	R_{nn}

Ejemplo 1: Decisión con riesgo

El Restaurante Burger Prince esta contemplando abrir un nuevo restaurante en Main Street. Tiene tres modelos distintos, cada uno con diferente capacidad de asientos. Burger Prince estima que el número promedio de clientes por hora será de 80, 100 o 120. La tabla de pago para los tres modelos es el siguiente:

	Promedio De Clientes Por Hora		
	P1=0.4 $s_1 = 80$	P2=0.2 $s_2 = 100$	P3=0.4 $s_3 = 120$
Modelo A	\$10,000	\$15,000	\$14,000
Modelo B	\$ 8,000	\$18,000	\$12,000
Modelo C	\$ 6,000	\$16,000	\$21,000

Enfoque del Valor Esperado

- Se calcula el valor esperado para cada decisión. El árbol de decisiones en la diapositiva siguiente puede ayudar en este cálculo. Aquí d_1 , d_2 , d_3 representan las alternativas de decisión de los modelos A, B, C, y s_1 , s_2 , s_3 representan los estados de naturaleza de 80, 100 y 120.

$$VME(A) = d_1s_1 + d_1s_2 + d_1s_3$$

$$VME(B) = d_2s_1 + d_2s_2 + d_2s_3$$

$$VME(C) = d_3s_1 + d_3s_2 + d_3s_3$$

$$\mathbf{Max} (VME(A), VME(B), VME(C))$$

Calculo de los VME

- ▶ $VME(A) = 0.4(10,000) + 0.2(15,000) + 0.4(14,000) = \$12,600$
- ▶ $VME(B) = 0.4(8,000) + 0.2(18,000) + 0.4(12,000) = \$11,600$
- ▶ $VME(C) = 0.4(6,000) + 0.2(16,000) + 0.4(21,000) = \$14,000$

Selecione el modelo con el mayor VME, El Modelo C.

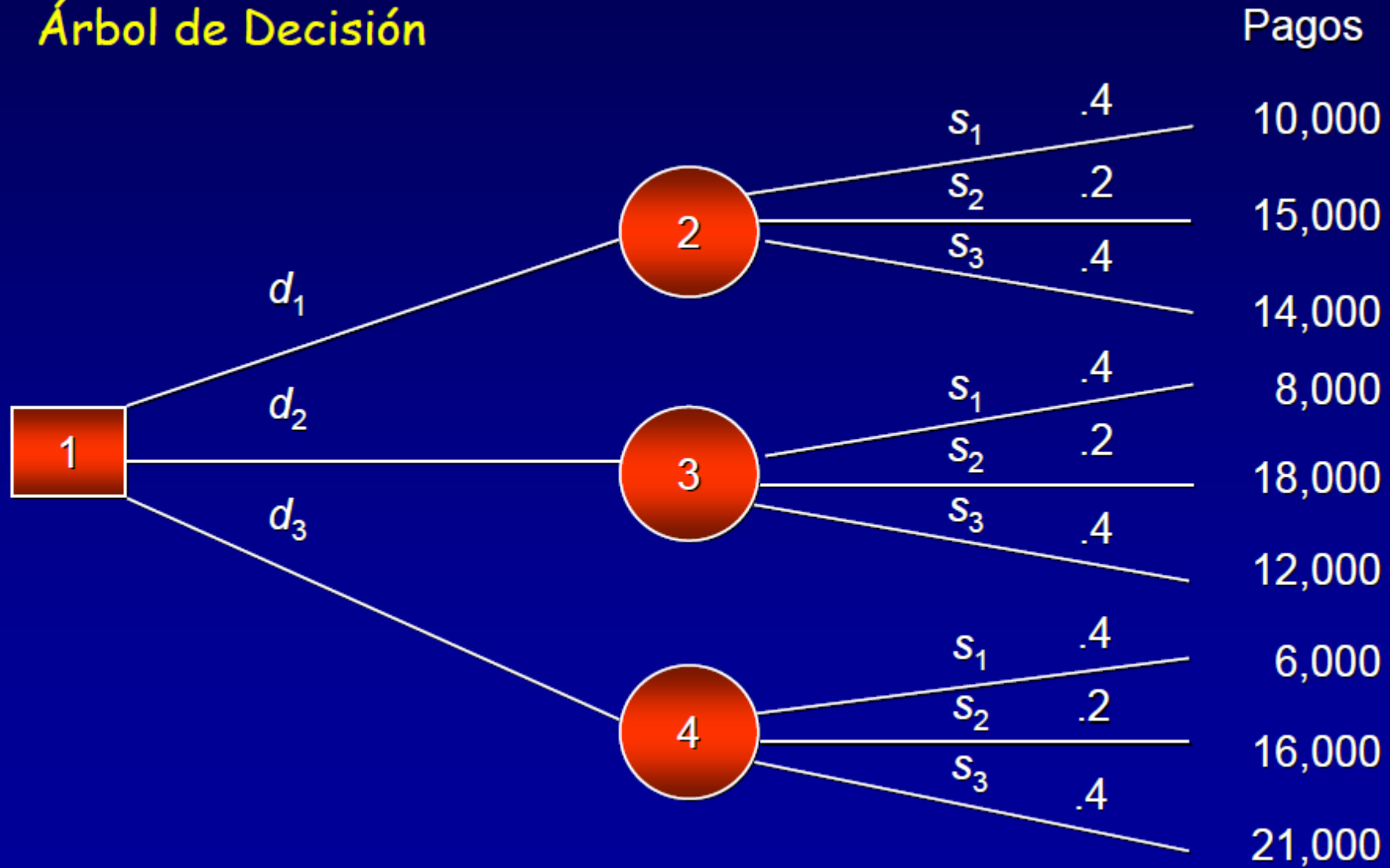
Con un valor \$14,000



Arboles de Decisión

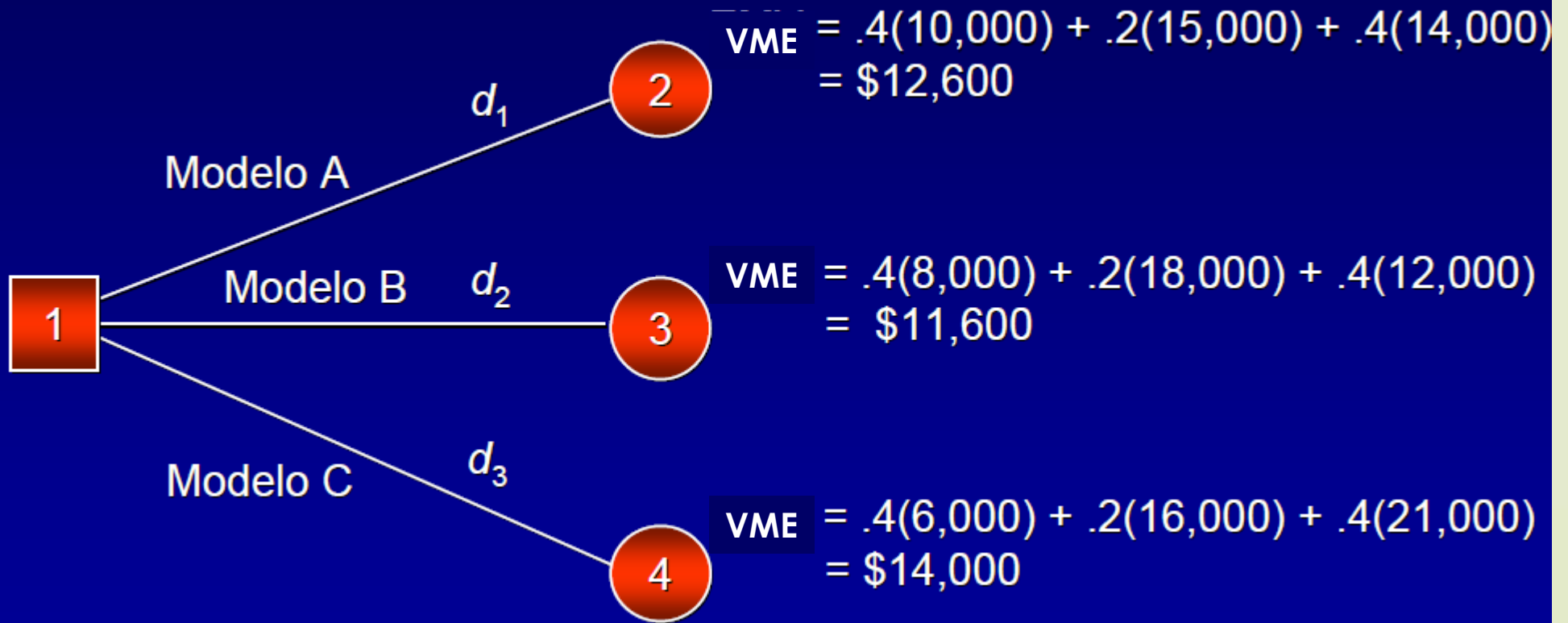
- DEFINICIÓN
- Los árboles de decisión son modelos de predicción que se utilizan para organizar gráficamente la información sobre las opciones posibles, las consecuencias y el valor final. Se utilizan en **Investigación de Operaciones** para calcular el valor esperado de cada opción o ramal basado en las probabilidades y datos. Los ejemplos de árboles de decisión que están a continuación se refieren a la toma de decisiones "simples" por así decirlo.
- Los árboles de decisión se utilizan para decidir entre diversos cursos de acción. Crean una representación visual de los variados riesgos, las recompensas y los valores potenciales de cada opción.

• **Árbol de Decisión**



Usando el árbol de decisión

■ Valor Esperado Para Cada Decisión



VALOR MONETARIO ESPERADO DE LA INFORMACIÓN PERFECTA (VMEIP)

- ▶ El valor de la información: Supongamos que aparece una persona y le dice a nuestro comerciante que tiene un método para predecir con toda exactitud la demanda y que está dispuesto a darle diariamente esa información a cambio de una retribución adecuada.
- ▶ Le conviene al comerciante, adquirir esa información ?
- ▶ Para dar esa información se requiere calcular el incremento de las utilidades que puede esperarse por el hecho de disponer de una predicción perfecta y compararlo con el costo de la información, para ello se debe tomar en cuenta:
 - Convendrá adquirir información si y solo si su valor excede a su costo.
 - El VME provee la determinación del valor de la información adicional.

Promedio De Clientes Por Hora

$P_1=0.4$

$s_1 = 80$

$P_2=0.2$

$s_2 = 100$

$P_3=0.4$

$s_3 = 120$

Modelo A

\$10,000

\$15,000

\$14,000

Modelo B

\$ 8,000

\$18,000

\$12,000

Modelo C

\$ 6,000

\$16,000

\$21,000

	0.4	0.2	0.40
Modelo A	\$10,000		
Modelo B		\$18,000	
Modelo C			\$21,000

$P_3=0.4$

$$VMEIP = 0.4 * 10,000 + 0.2 * 18,000 + 0.4 * 21,000 = 4,000 + 3,600 + 8,400 = \$16,000$$

$$VIP = VMEIP - \text{Max}(VME) = 16,000 - 14,000 = \mathbf{\$2,000.00}$$

Ejemplo 2:

Una empresa tiene que decidir si continúa la distribución regional (CA) de un producto o lo ensancha a una distribución nacional. Esto representa un punto de decisión para la empresa.

Los eventos causales que pueden afectar la decisión de distribución nacional o regional consisten en saber si habrá una gran demanda nacional para el producto, una demanda mediana o una limitada.

Si hay una gran demanda nacional podrían esperarse utilidades de 4 millones de dólares, mientras que podrían esperarse utilidades de 2 millones de dólares o de 0.5 millones con una demanda mediana o limitada respectivamente.

Para una distribución regional pueden pronosticarse las utilidades siguientes: Si la demanda es grande, la empresa puede obtener 3 millones de dólares. Por otra parte, si la demanda regional es mediana o limitada las utilidades en 1.8 y 1.5 millones de dólares respectivamente.

Las probabilidades de ocurrencia de los tres tipos de demanda son 0.5 para una gran demanda, 0.25 y 0.25 para demandas mediana y limitada respectivamente.

Tabla de pagos

Alternativas	S1(GD) = 0.5	S2(DM)=0.25	S3(DL)=0.25
Venta Regional	3 millones	1.8 millones	1.5 millones
Venta Nacional	4 millones	2 millones	0.5 millón

Calculo de los VME

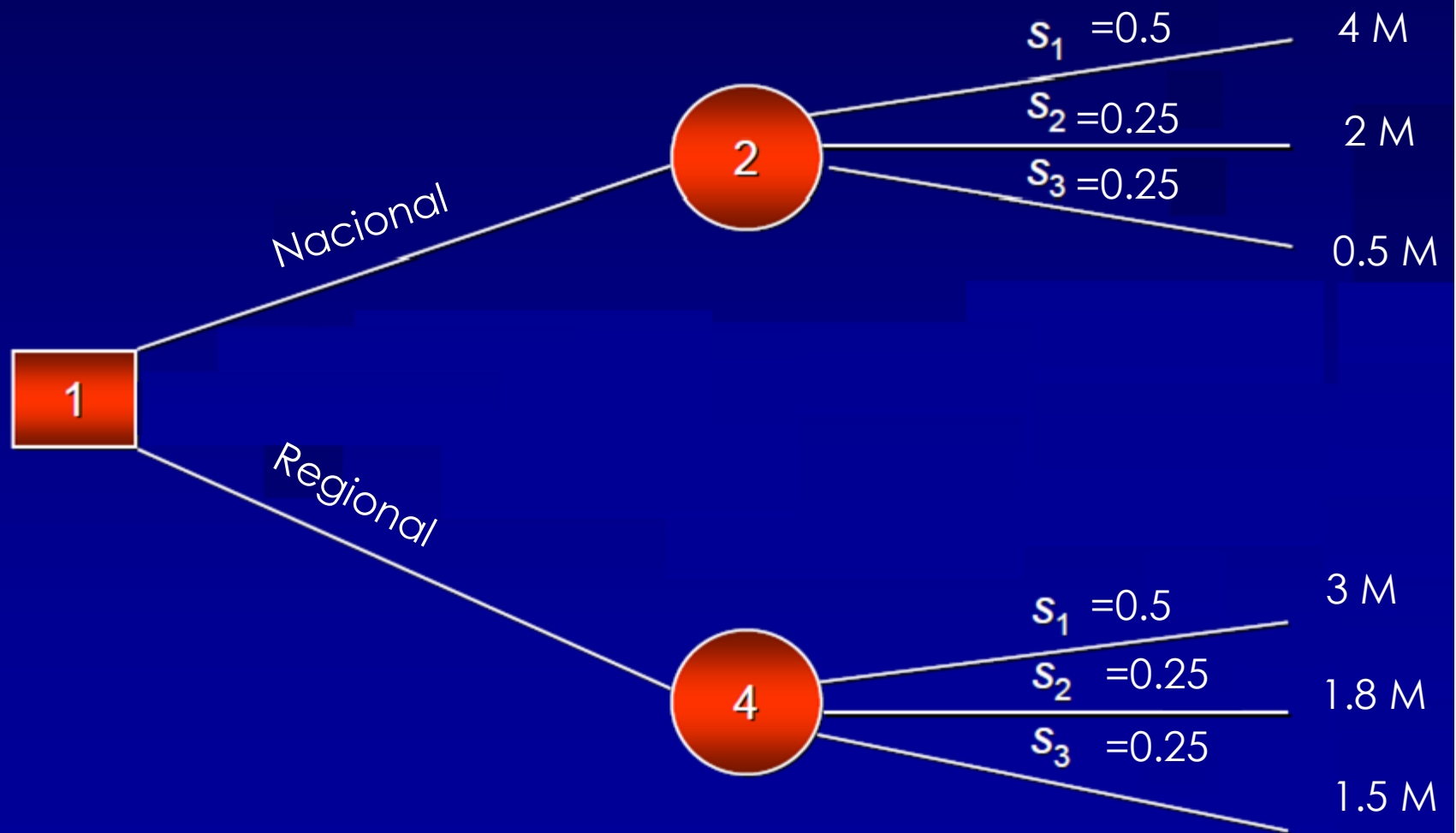
➤ $VME(\text{Regional}) = .5(3) + .25(1.8) + .25(1.5) = \$2,325,000$

➤ $VME(\text{Nacional}) = .5(4) + .25(2) + .25(.5) = \$2,625,000$

➤ Seleccione el mercado con el mayor VME.

Por lo tanto es el mercado Nacional con un valor
\$2,625,000

• Árbol de Decisión





Criterios de decisión en condiciones de riesgo:

Hay 5 métodos para esta situación:

- 1 - Criterio de decisión de HURWICZ: Máximax
- 2- Criterio de decisión de WALD: Maxmin
- 3- Criterio Intermedio
- 4 - Criterio de decisión de SAVAGE: Minimax
- 5 - Criterio de LAPLACE: principios de razón Insuficiente.

Criterio de decisión de HURWICZ: Máximax

- ▶ El criterio Máximax consiste en elegir aquella alternativa que proporcione el mayor nivel de optimismo posible, lo que está directamente relacionado con el mayor pago que se puede obtener al elegir una de las alternativas, ese pago se llama Máximax (máximo de los máximos) o sea el mayor de los máximos para cada estrategia.
- ▶ Al utilizar el criterio Máximax las pérdidas pueden ser elevadas, si no se presenta el estado de la naturaleza adecuado. Además, en ocasiones puede conducir a decisiones pobres o poco convenientes.
- ▶

2 - Criterio de Wald: Maximin

- Wald sugiere que el decisor debe elegir aquella alternativa que le proporcione el mayor nivel de seguridad posible.
- Este criterio recibe el nombre de criterio Maximin y corresponde a un pensamiento pesimista. El criterio de Wald exige que se escoja la estrategia con el mayor de los pagos mínimos que genera cada alternativa (el máximo de los mínimos).

3 - Criterio Intermedio:

- Se trata de un criterio intermedio entre el criterio de Wald y el criterio máximax. Dado que muy pocas personas son tan extremadamente pesimistas u optimistas como sugieren dichos criterios, Hurwicz considera que el decisor debe ordenar las alternativas de acuerdo con una media ponderada de los niveles de seguridad y optimismo.
- Donde α (coeficiente de optimismo) es un valor específico elegido por el decisor y aplicable a cualquier problema de decisión abordado por él.
- El pago esperado de cada alternativa es igual al coeficiente de optimismo multiplicado por el pago máximo que genera la alternativa más el coeficiente de pesimismo multiplicado por el pago mínimo que genera la alternativa.

$$PE(a_k) = \alpha \text{ pago máximo } (a_k) + (1 - \alpha) \text{ pago mínimo } (a_k)$$

4 - Criterio de Savage: MiniMax

- ▶ Savage, plantea que el resultado de una alternativa sólo debería ser comparado con los resultados de las demás alternativas bajo el mismo estado de la naturaleza.
- ▶ Con este propósito Savage define el concepto de pérdida relativa o costo de oportunidad CO_{ij} asociada a un resultado R_{ij} Como la diferencia entre el resultado de la mejor alternativa dado que S_j es el verdadero estado de la naturaleza y el resultado de la alternativa A_i bajo el estado S_j .

$$CO_{ij} = \text{máx} (R_{ij}) - R_{ij}$$

- ▶ **Utilidad** Mayor valor – R_{ij}
- ▶ **Costos** R_{ij} – Menor valor

► 5 - Criterio de Laplace:

- Este criterio propuesto por Laplace, en 1825, está basado
- En el principio de razón insuficiente: como **a priori** no existe ninguna razón para suponer que un estado se puede presentar antes que los demás, podemos considerar que todos los estados tienen la misma probabilidad de ocurrencia, es decir, la ausencia de conocimiento sobre el estado de la naturaleza equivale a afirmar que todos los estados son equiprobables.
- Así, para un problema de decisión con n posibles estados de la naturaleza, asignaremos probabilidad $1/n$ a c/u. de ellos.
- La regla de Laplace selecciona como alternativa óptima aquella que proporciona un mayor resultado esperado:
- Elegir la alternativa A_k , tal que:

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{n} \right) x_{ij} = \max \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{n} \right) x_{ij}$$

PROBLEMA 3: DECISIÓN CON RIESGO

- Brilliant Color es un pequeño proveedor de químicos y equipos que son usados por algunas tiendas fotográficas para procesar rollos de 35 mm. Un producto que Brilliant Color provee es BC-6, John Kubick, presidente de Brilliant Color, normalmente surte 11, 12 o 13 cajas de BC-6 cada semana. Por cada caja que John vende, El recibe una ganancia de \$35.00. Como muchos químicos fotográficos, BC-6 tiene una muy corta vida de anaquel, así que si una caja no es vendida al finalizar la semana, John debe desecharlo. Puesto que cada caja le cuesta a John \$56.00, El pierde \$56.00 por cada caja que no es vendida al finalizar la semana, Hay una probabilidad de 0.45 de vender 11 cajas, una probabilidad de 0.35 de vender 12 cajas y una probabilidad de 0.2 de vender 13 cajas.

- a.- Construya una tabla de decisión para este problema. Incluya todos los valores condicionales y las probabilidades en la tabla.

Surtido Cajas	Demanda Cajas			VME
	11	12	13	
11	385	385	385	385
12	329	420	420	379.05
13	273	364	455	341.25
Probabilidades	0.45	0.35	0.20	

Solución:

$$VME(11) = 0.45 \times 11 \times 35 + 0.35 \times 11 \times 35 + 0.20 \times 11 \times 35 = 173.25 + 134.75 + 77 = \mathbf{\$385}$$

$$VME(12) = 0.45 \times (11 \times 35 - 56) + 0.35 \times 12 \times 35 + 0.20 \times 12 \times 35 = 48.05 + 147.0 + 84 = \mathbf{\$379.05}$$

$$VME(12) = 0.45 \times (11 \times 35 - 112) + 0.35 \times (12 \times 35 - 56) + 0.20 \times 13 \times 35 = 122.85 + 127.40 + 91 = \mathbf{\$341.25}$$

Solución óptima: vender 11 sus pérdidas se reducen a cero y sus utilidades son las mejores de los tres.

Métodos: Maxmax, Maxmin, MinMax, intermedio, Laplace.

	P1=0.45 Cajas 11	P2=0.35 Cajas 12	P3=0.20 Cajas 13	Maxmax	Maxmin	Intermedio $\alpha = 0.6$	Laplace	
Cajas 11	385	385	385	385	385	385	385	
Cajas 12	329	420	420	420	329	383.6	389.67	
Cajas 13	273	364	455	455	273	382.2	364	

$$PE(a_k) = \alpha \text{ pago máximo } (a_k) + (1 - \alpha) \text{ pago mínimo } (a_k)$$

$$\begin{aligned} PE(11) &= 0.6 \times 385 + 0.4 \times 385 = 385 \\ PE(12) &= 0.6 \times 420 + 0.4 \times 329 = 383.6 \\ PE(13) &= 0.6 \times 455 + 0.4 \times 273 = 382.2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RE(11) &= 1/3 \times 385 + 1/3 \times 385 + 1/3 \times 385 = 385 \\ RE(12) &= 1/3 \times 329 + 1/3 \times 420 + 1/3 \times 420 = 389.67 \\ RE(13) &= 1/3 \times 273 + 1/3 \times 364 + 1/3 \times 455 = 364.0 \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{n} \right) x_{ij} = \max \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{n} \right) x_{ij}$$

	P1=0.45 Cajas 11	P2=0.35 Cajas 12	P3=0.20 Cajas 13	Min-Max(CO)
Cajas 11	0	35	70	70
Cajas 12	56	0	35	56
Cajas 13	112	56	0	112

$$CO_{ij} = \text{máx}(R_{ij}) - R_{ij}$$

Problema 4 de Decisión:

- ▶ Farm Grown Inc., produce cajas de productos de alimentos perecederos. Cada caja contiene una variedad de vegetales y otros productos del campo. Cada caja cuesta \$5.00 y se vende por \$15.00. Si hay alguna caja no vendida al finalizar el día, Ellos venderán a una gran compañía procesadora de alimentos a \$3.00 la caja. La probabilidad de que la demanda diariamente sea de 100 cajas es 0.3, la probabilidad de que sea 200 cajas es de 0.4 y de que sea 300 es 0.3. Farm Grown tiene una política de “siempre satisfacer la demanda del cliente”. Si su propio suministro de cajas es menor que la demanda, El compra los vegetales necesarios de un competidor. El costo estimado de hacer esto, es de \$16.00 por caja.
- ▶ a.- Dibuje una tabla de decisión para este problema.
- ▶ b.- ¿Qué recomendaciones?

TABLA DE PAGOS

Surtido Cajas \ Demanda Cajas	100	200	300	VME
100	$100(15) - 100(5) = 1000$	$200(15) - 100(5) - 100(16) = 900$	$300(15) - 100(5) - 200(16) = 800$	900
200	$100(15) + 100(3) - 200(5) = 800$	$200(15) - 200(5) = 2000$	$300(15) - 200(5) - 100(16) = 1900$	1610
300	$100(15) + 200(3) - 300(5) = 600$	$200(15) + 100(3) - 300(5) = 1800$	$300(15) - 300(5) = 3000$	1800
Probabilidades	0.30	0.40	0.30	

Solución por VME

$$\text{VME}(100) = 0.30 \times 1000 + 0.40 \times 900 + 0.30 \times 800 = 300 + 360 + 240 = \text{\$900}$$

$$\text{VME}(200) = 0.30 \times 800 + 0.40 \times 2000 + 0.30 \times 1900 = 240 + 800 + 570 = \text{\$1610}$$

$$\text{VME}(300) = 0.30 \times 600 + 0.40 \times 1800 + 0.30 \times 3000 = 180 + 720 + 900 = \text{\$1800}$$

Solución óptima: producir 300 cajas sus utilidades son las mejores de los tres.

Métodos: Maxmax, Maxmin, MinMax, intermedio, Laplace.

	P1=0.30 Cajas 100	P2=0.40 Cajas 200	P3=0.30 Cajas 300	Maxmax	Maxmin	Intermedio α =0.65	Laplace RE
Cajas 100	\$1000	900	800	1000	800	930	900
Cajas 200	\$800	2000	1900	2000	800	1580	1566.67
Cajas 300	\$600	1800	3000	3000	600	2160	1800

$$PE(a_k) = \alpha \text{ pago máximo}(a_k) + (1 - \alpha) \text{ pago mínimo}(a_k)$$

$$\begin{aligned} PE(11) &= 0.65 \times 1000 + 0.35 \times 800 = \$930 \\ PE(12) &= 0.65 \times 2000 + 0.35 \times 800 = \$1580 \\ PE(13) &= 0.65 \times 3000 + 0.35 \times 600 = \$2160 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RE(11) &= 1/3 \times 1000 + 1/3 \times 900 + 1/3 \times 800 = \$900 \\ RE(12) &= 1/3 \times 800 + 1/3 \times 2000 + 1/3 \times 1900 = \$1566.67 \\ RE(13) &= 1/3 \times 600 + 1/3 \times 1800 + 1/3 \times 3000 = \$1800 \end{aligned}$$

Nota: asumimos un $\alpha=0.65$,
por lo tanto $1-\alpha=0.35$

$$\sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{n} \right) x_{ij} = \max \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{n} \right) x_{ij}$$

	P1=0.30 Cajas 100	P2=0.40 Cajas 200	P3=0.30 Cajas 300	Min-Max(CO)
Cajas 100	0	1100	2200	2200
Cajas 200	200	0	1100	1100
Cajas 300	400	200	0	400

$$CO_{ij} = \text{máx} (R_{ij}) - R_{ij}$$

CONCLUSIÓN:

-Hay cinco criterios que recomiendan que deben producirse 300 cajas de vegetales:

VME, MAXMAX , INTERMEDIO, LAPLACE Y MINMAX

-HAY UN CRITERIO que presenta dualidad 100 o 200.

Por lo que parece razonable que el decisor asuma producir 300 cajas, que sería su mejor opción.